スケジューラを用いた量子プロセス間の観測同値

○安田和矢　久保田貴大　角谷良彦
（東京大学）

2014/3/19

量子暗号とプロセス計算

様々な量子暗号プロトコル

- 量子鍵配送：BB84, B92, ...
- 量子ビットコミットメント
- 量子紛失通信

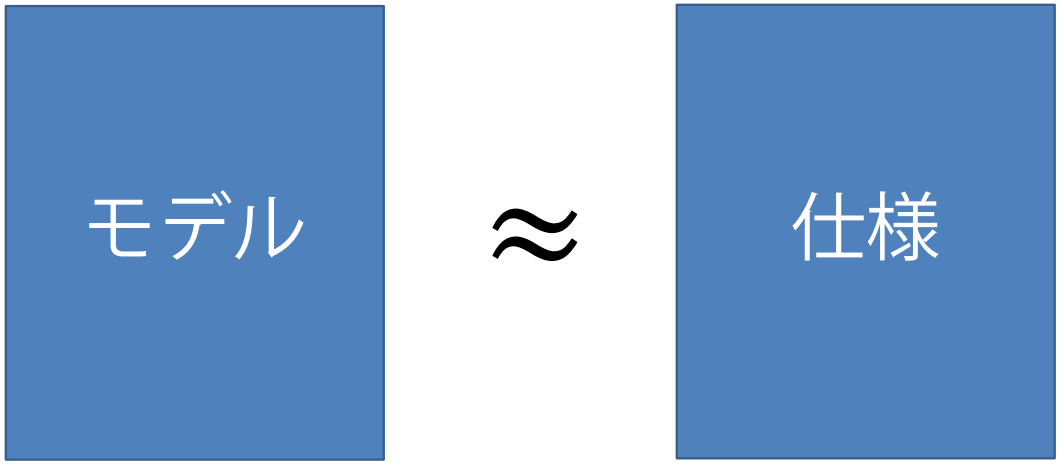
プロセス計算を用いて形式的検証

- 量子プロセス計算にもいくつかの計算体系

プロセス間の等価関係

ふたつのプロセスの「等しさ」

- Bisimulation（双模倣関係）
- Barbed congruence（bisimulation と一致）



等価にならない量子プロセス

Bisimilar ではないが、
直感的には等価な量子プロセスの存在

例：

量子状態 $|+\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ に対して
計算基底で測定を行うプロセスと、

$$|+\rangle\langle+| \longmapsto \frac{1}{2}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}|1\rangle\langle 1|$$

なるオペレータを作用させるプロセス

研究の目標

直感と一致するような等価関係を定義

- 既存の等価関係と比較

プロセス計算体系 qCCS [FDY'11] に定義

- 既存の等価関係：
  (Weak) Bisimulation [FDY'11]
  (Weak) Open bisimulation [DF'12]
  Reduction barbed congruence [DF'12]

qCCS (syntax)

$$
\begin{array}{lcll}
P, Q & ::= & \mathbf{nil} & \\
& | & c?x.P & \text{古典受信} \\
& | & c!x.P & \text{古典送信} \\
& | & P + Q & \text{非決定的選択} \\
& | & P \parallel Q & \text{並列実行} \\
& | & \mathbf{if}\ b\ \mathbf{then}\ P & \text{条件実行} \\
& \vdots & &
\end{array}
$$

qCCS (syntax)

$\mid$	$\mathsf{c}?q.P$	量子受信
$\mid$	$\mathsf{c}!q.P$	量子送信
$\mid$	$\mathcal{E}[\tilde{q}].P$	オペレータ適用
$\mid$	$M[\tilde{q}; x].P$	量子測定
$\vdots$		

qCCS (semantics)

プロセス全体の状態：コンフィグレーション

プロセス文 P と量子状態 ρ の組 $\langle P, \rho \rangle$

プロセスの実行：
コンフィグレーション間のラベル付き状態遷移

例：

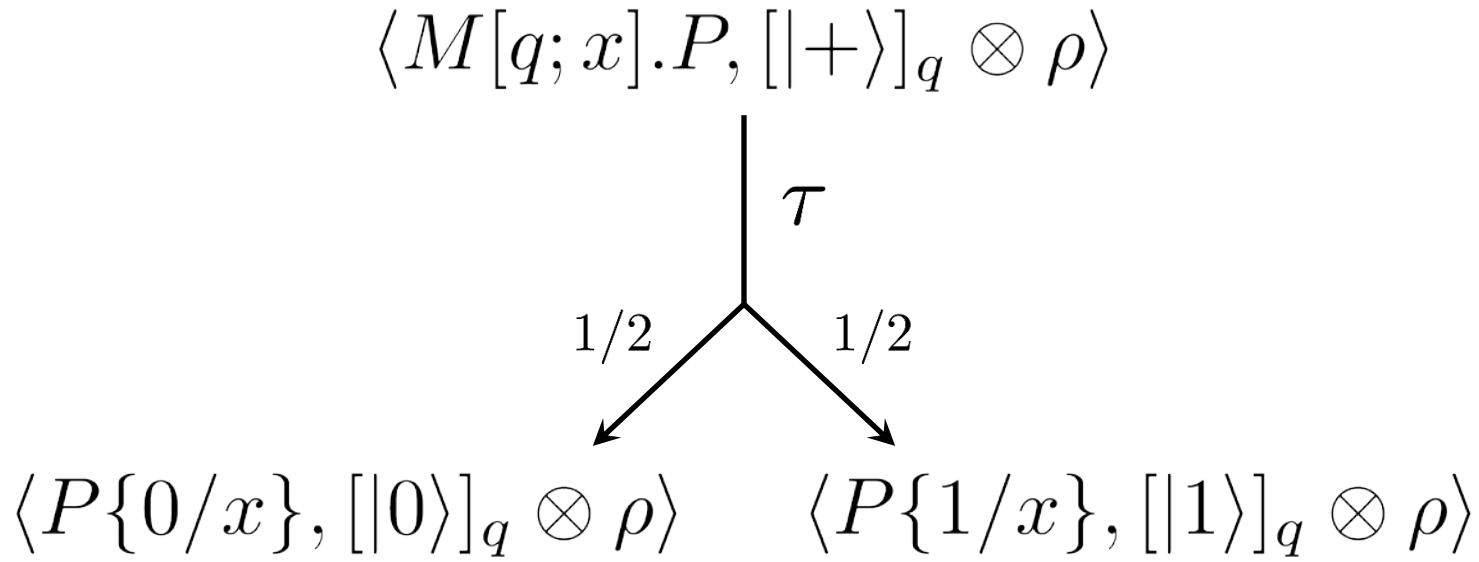
$$\langle c!0.P, \rho \rangle \xrightarrow{c!0} \langle P, \rho \rangle$$

$$\langle X[q].P, [|0\rangle]_q \otimes \rho \rangle \xrightarrow{\tau} \langle P, [|1\rangle]_q \otimes \rho \rangle$$

qCCS (semantics)

量子測定の例

→ コンフィグレーション上の確率分布が得られる



定義したい等価関係

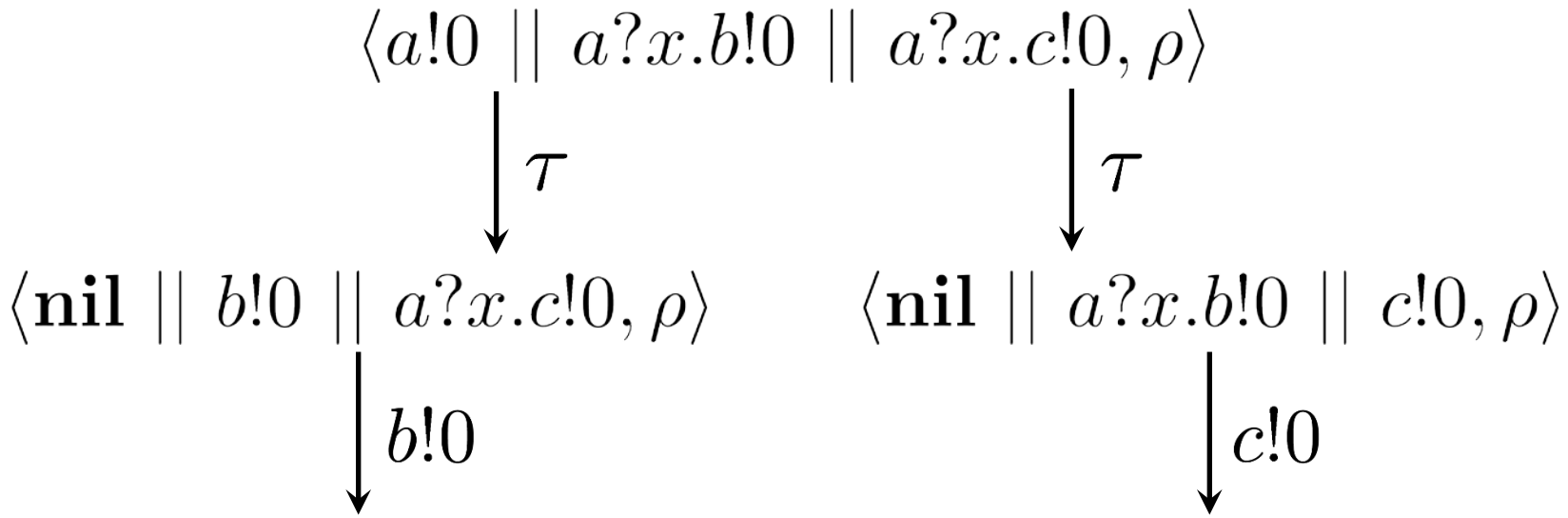
ふたつのプロセスが「等価」とは？

→ プロセスの外（攻撃者）から見て
同じ振る舞いをすること

→ どのような外部者（攻撃者）が存在しても
各チャンネルを等確率で使用すること

非決定的選択と確率

qCCS のプロセスは非決定的選択を伴う

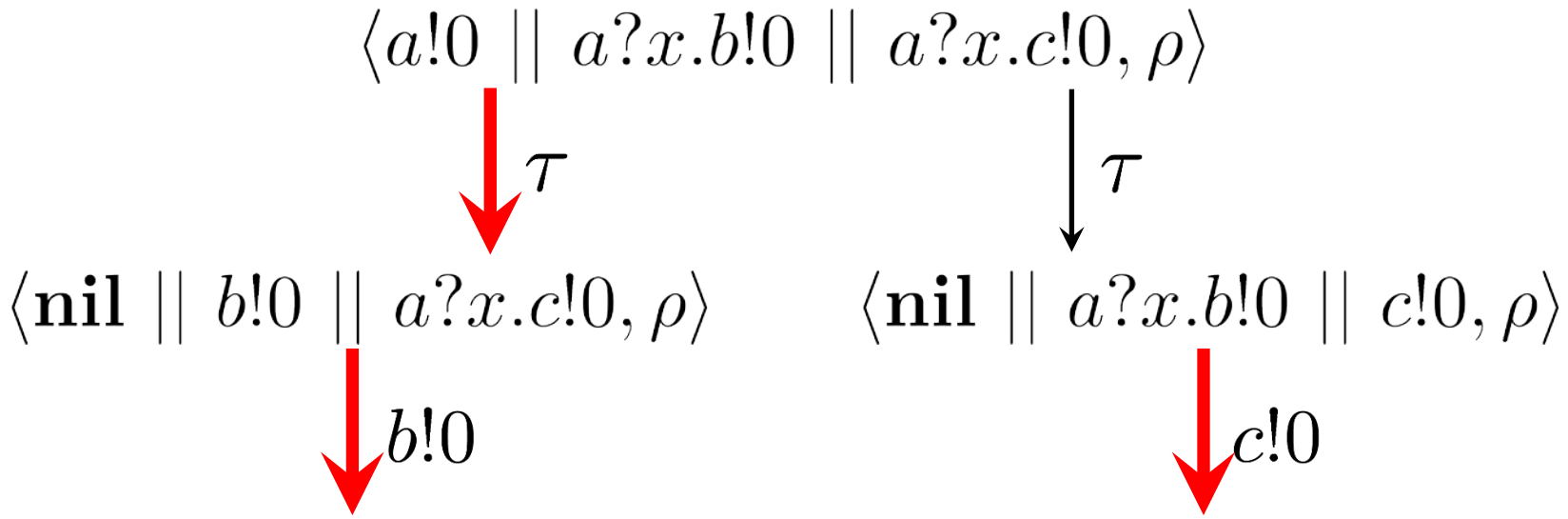


→ チャンネルを使用する確率を
どのように定義すればよいか？

スケジューラ (scheduler)

非決定性を解決し、プロセスの確率分布を与える

コンフィグレーションを受け取り、次の遷移を返す

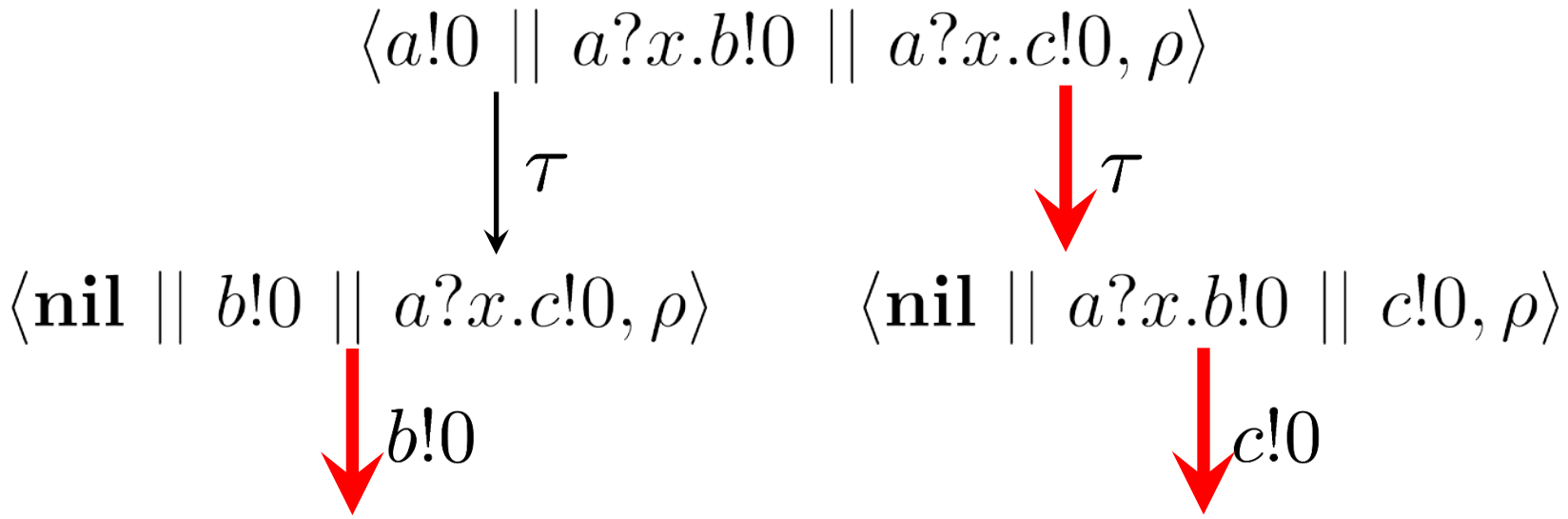


b を使う確率：1　　c を使う確率：0

スケジューラ (scheduler)

非決定性を解決し、プロセスの確率分布を与える

コンフィグレーションを受け取り、次の遷移を返す



b を使う確率：0　　c を使う確率：1

観測同値 (observational equivalence)

$\langle P, \rho \rangle, \langle Q, \sigma \rangle$ が観測同値（$\langle P, \rho \rangle \approx_{oe} \langle Q, \sigma \rangle$）

⇔ 1. P と Q の外から見える量子状態が等しい

2. 任意のプロセス R, 任意のチャンネル c,
   任意のスケジューラ F について $\langle P||R, \rho \rangle$ が
   F に従い確率 p で c から送信するならば、
   あるスケジューラ F' が存在して $\langle Q||R, \sigma \rangle$ も
   F' に従い確率 p で c から送信する

3. （2. の $\langle P, \rho \rangle$ と $\langle Q, \sigma \rangle$ を逆にしたもの）

観測同値 (observational equivalence)

$\langle P, \rho \rangle, \langle Q, \sigma \rangle$ が観測同値（$\langle P, \rho \rangle \approx_{oe} \langle Q, \sigma \rangle$）

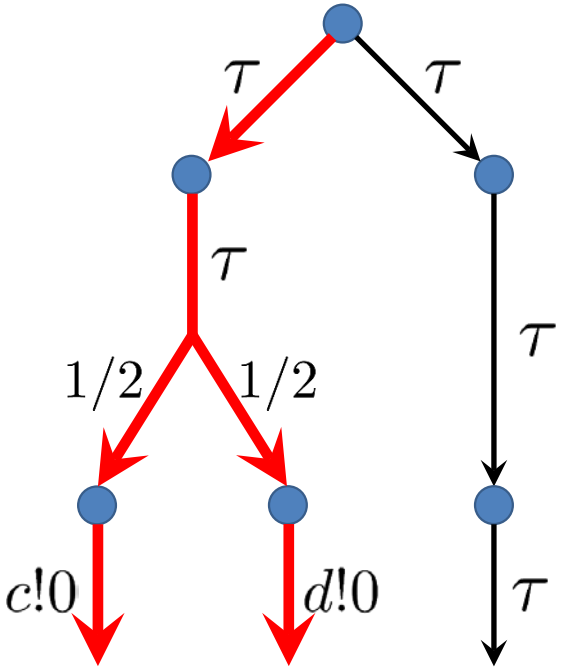
外部者（攻撃者）

⇔ 1. P と Q の外から観測できる全ての状態が等しい

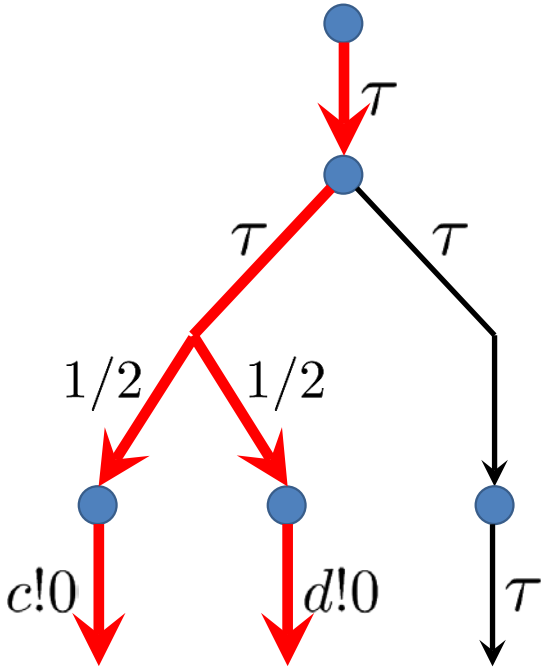
2. 任意のプロセス R, 任意のチャンネル c,
   任意のスケジューラ F について $\langle P || R, \rho \rangle$ が
   F に従い確率 p で c から送信するならば、
   あるスケジューラ F' が存在して $\langle Q || R, \sigma \rangle$ も
   F' に従い確率 p で c から送信する

3. （2. の $\langle P, \rho \rangle$ と $\langle Q, \sigma \rangle$ を逆にしたもの）

観測同値 (observational equivalence)

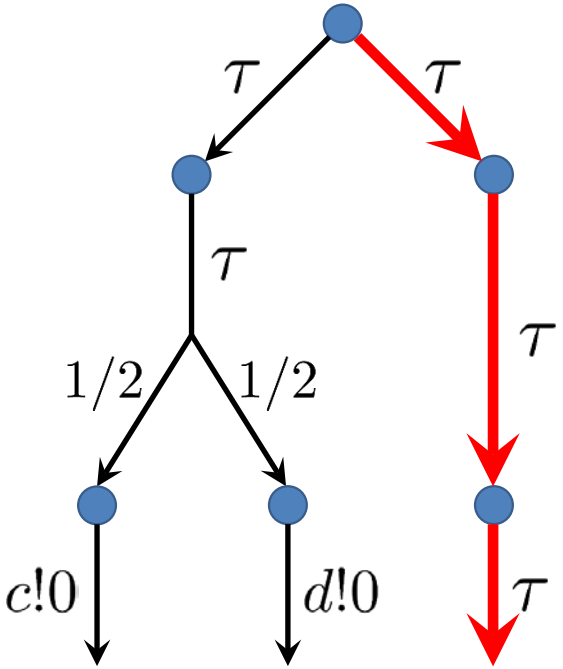


cを使う確率：1/2
dを使う確率：1/2

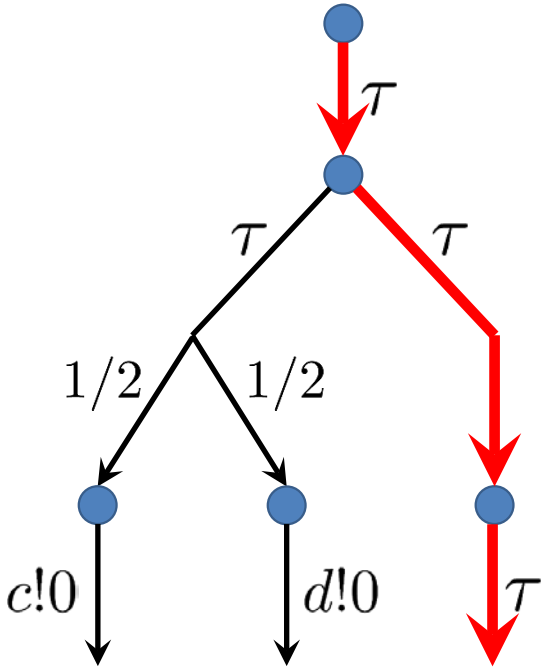


任意のプロセス R をつけて可能 → 観測同値

観測同値 (observational equivalence)



チャンネルを使わない



任意のプロセス R をつけて可能 → 観測同値

観測同値にならない例

直感的に等価なコンフィグレーション

$$\langle M[q;x].(c!0 + d!0), [|+\rangle]_q \otimes \rho \rangle$$

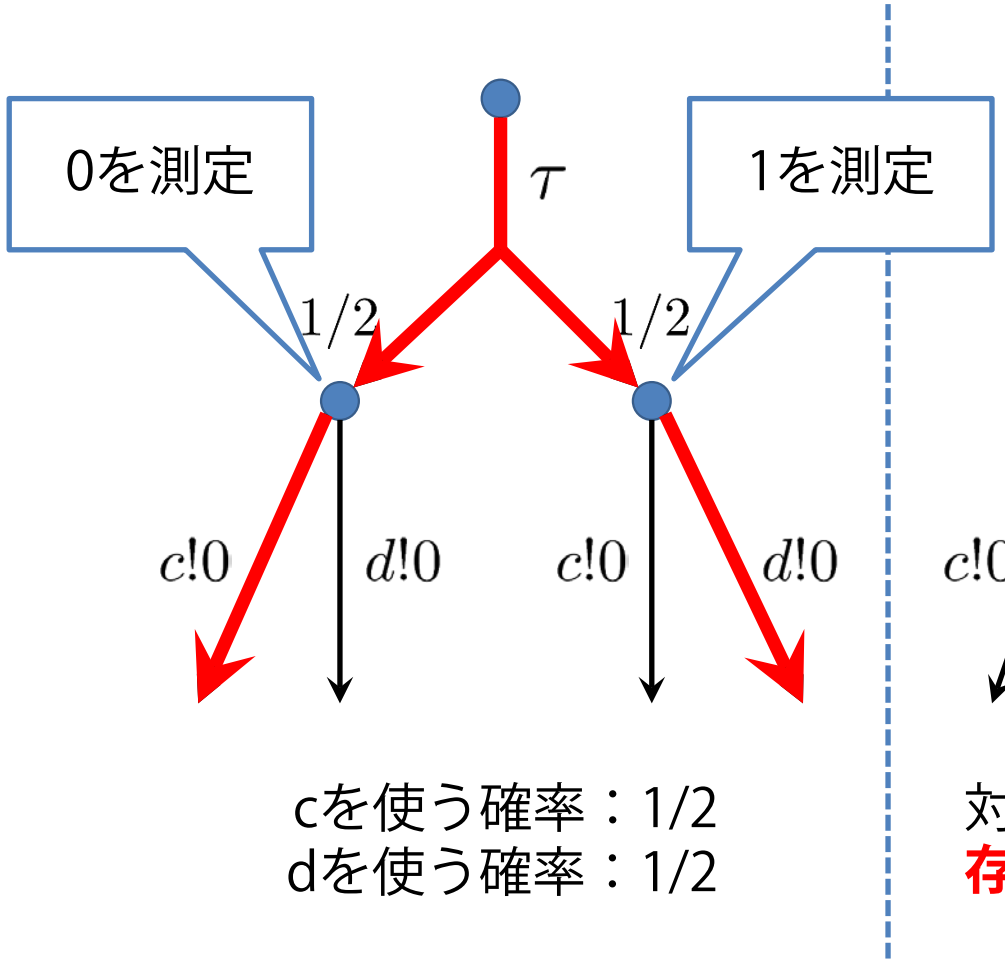
$$\langle \mathcal{E}[q].(c!0 + d!0), [|+\rangle]_q \otimes \rho \rangle$$

M は計算基底での測定

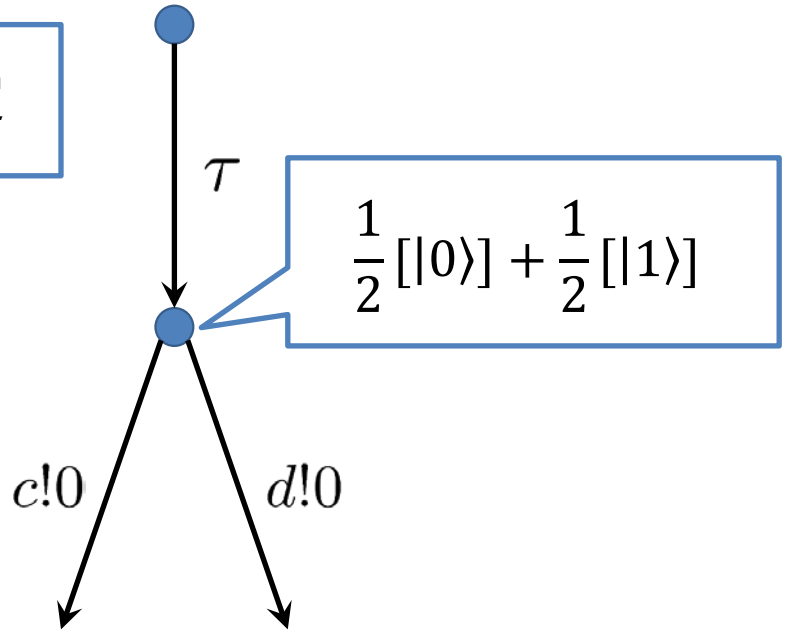
$\mathcal{E}$ は $|+\rangle\langle+| \longmapsto \frac{1}{2}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{2}|1\rangle\langle 1|$ なるオペレータ

($\mathcal{E}(\rho) = |0\rangle\langle 0|\rho|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|\rho|1\rangle\langle 1|$)

観測同値にならない例



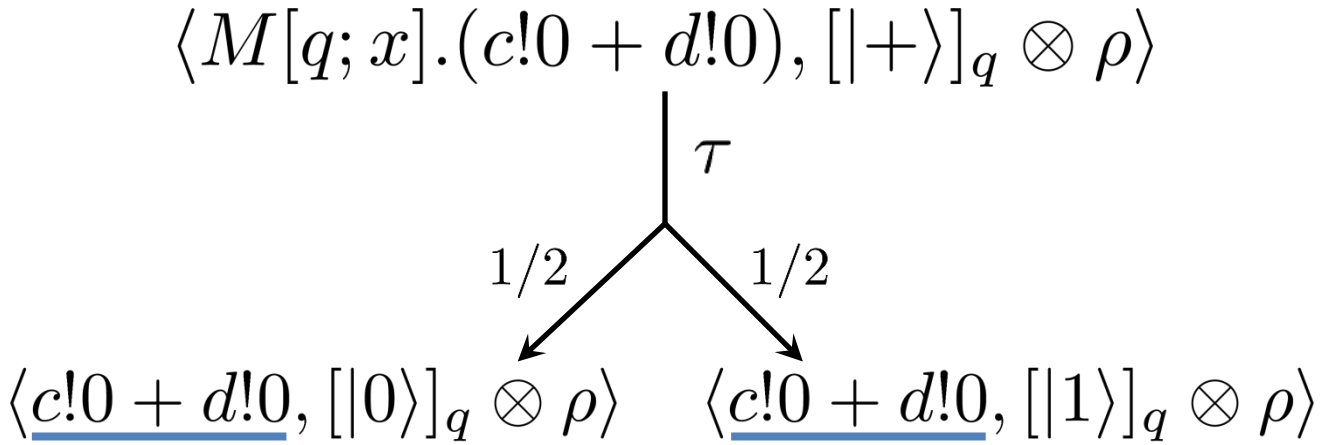
cを使う確率：1/2
dを使う確率：1/2



対応するスケジューラが
存在しない

観測同値にならない理由

0を測定した後と1を測定した後で
スケジューラは異なる遷移を選択できてしまう



プロセスは等しいのだから
どちらでも同じ遷移を選ぶべきではないか？

戦略 (strategy)

スケジューラに
「プロセスが等しければ同じ遷移を選ぶ」
という制限を加えたもの

戦略を用いた観測同値

スケジューラの時と同様に観測同値を定義
（$\langle P, \rho \rangle \approx_{oe}^{st} \langle Q, \sigma \rangle$ と表記）

$\langle M[q; x].(c!0 + d!0), [|+\rangle]_q \otimes \rho \rangle$ と
$\langle \mathcal{E}[q].(c!0 + d!0), [|+\rangle]_q \otimes \rho \rangle$ は
戦略を用いた観測同値になる

→ この例に関して
　直感に近い等価関係を定義することができた

等価関係間の関係

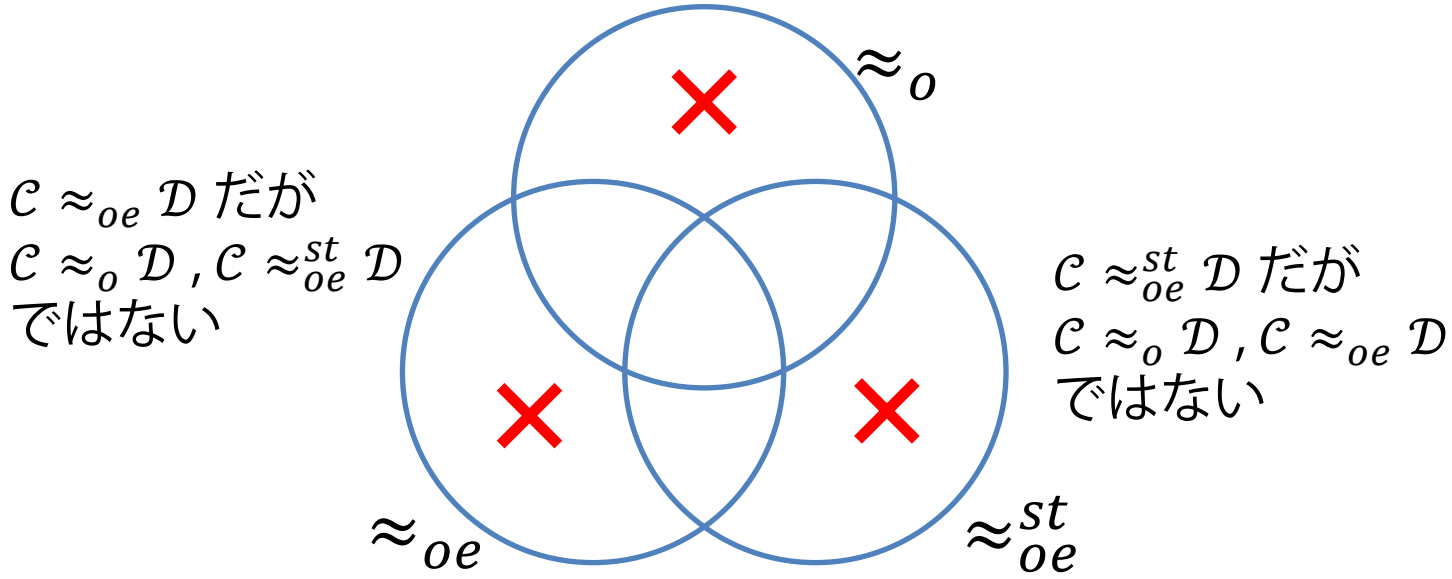
既存の open bisimulation $\approx_o$ と
定義した観測同値 $\approx_{oe}$, $\approx_{oe}^{st}$ の間の関係は？

- $\approx_o$ は $\approx_{oe}^{st}$ に包含される？

等価関係間の関係

$\approx_o$, $\approx_{oe}$, $\approx_{oe}^{st}$ らは互いに包含関係に**ない**

$\mathcal{C} \approx_o \mathcal{D}$ だが $\mathcal{C} \approx_{oe} \mathcal{D}$, $\mathcal{C} \approx_{oe}^{st} \mathcal{D}$ ではない



どれが一番「直感」に近いのか？

「直感」とは？

区別できない量子状態が存在する

- 確率 1/2 で $|0\rangle$、確率 1/2 で $|1\rangle$
- 確率 1/2 で $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$、
  確率 1/2 で $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$

これらを同一視することは自然に行われている

プロセス計算の記述では表現できていない

課題

「直感」の定式化

→ 等価関係の健全性・完全性を示す

観測同値をより直感に近づけるために

「確率 p 以上で送信する」か否かで判断する？

スケジューラにかける制限を変える？

まとめ

qCCS 上に等価関係 観測同値を定義

非決定的選択を解決するためスケジューラを定義

スケジューラに制限を加え戦略とすることで
観測同値をより直感に近いものに

References

Y. Deng and Y. Feng,
"Open bisimulation for quantum processes,"
in *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 7604,
pp. 119-133, 2012.

Y. Feng, R. Duan and M. Ying,
"Bisimulation for quantum processes,"
in *Proceedings of the 38th ACM SIGPLAN-SIGACT Symposium on Principles of Programming Languages*,
pp. 523-534, 2011.