量子暗号のための
プロトコル等価性検証ツール

久保田 貴大[*], 角谷 良彦[*],
加藤 豪[†], 河野 泰人[†], 櫻田 英樹[†]

[*]東京大学情報理工学系研究科,
[†]NTTコミュニケーション科学基礎研究所

背景

- 暗号安全性証明の検証は難しい
- 量子暗号でもそうである
- 検証のための形式体系が提案されているが, 実際には, 形式体系の適用は手作業では非常に煩雑である
- 形式検証のためには, 検証ツールが開発されることが望ましい

研究の概要

- 量子プロセス計算qCCS [FDY11] における双模倣関係を自動検証するツールを開発した
- ShorとPreskillによるBB84の安全性証明[SP00]にツールを適用した

本発表の構成

- 量子プロセス計算qCCS
- Shor-PreskillによるBB84の安全性証明
- 検証ツール
- 実験結果
- まとめと今後の課題

量子ビットと密度行列

- 量子ビットの状態は, $\mathbf{C}^2$(二次元ヒルベルト空間)の単位ベクトルとして表される
  - $|0\rangle, |1\rangle$ は標準基底, 縦ベクトル
  - $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle (|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1)$
- 量子ビット列の状態は, 量子ビットの状態のテンソル積として表される
  - $|0110\rangle \equiv |0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle$
- 量子ビット列の状態が, 確率p_iで$|\psi_i\rangle$であるという確率分布は, 密度行列 $\sum_i p_i |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$で表される
  - $1/2(|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|)$

qCCSの文法[FDY11]

量子通信

$$P ::= \mathbf{nil} \mid \tau.P \mid c?x.P \mid c!e.P \mid \mathbf{c}?q.P \mid \mathbf{c}!q.P$$
$$\mid \texttt{if } b \texttt{ then } P \mid \mathcal{E}[\tilde{q}].P \mid M[\tilde{q}; x].P \mid P||P \mid P\backslash L$$

量子演算　観測

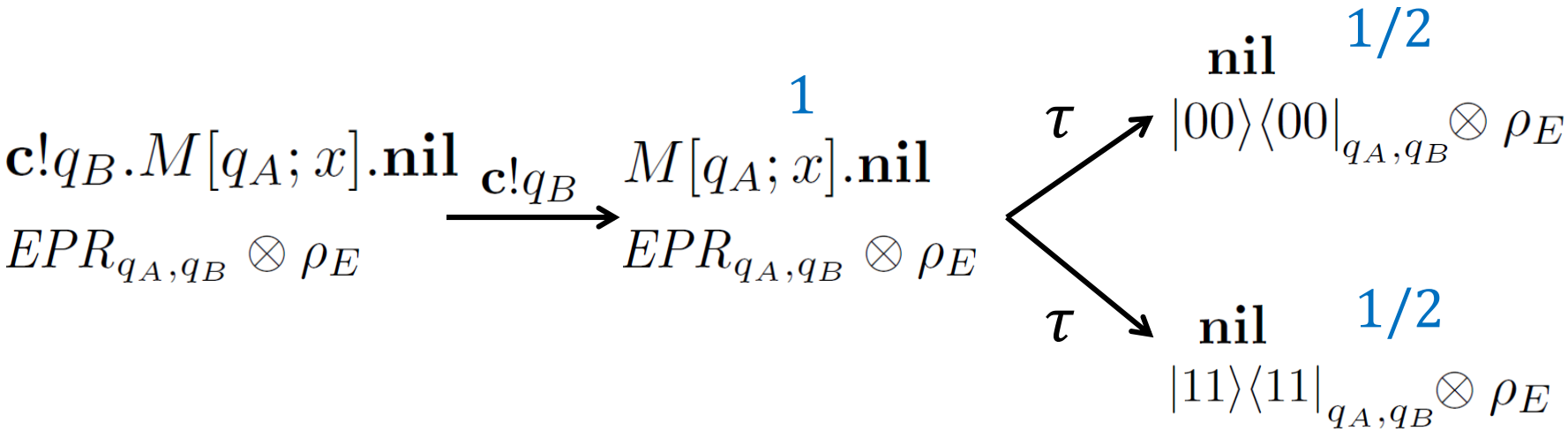
- ひとつのqubit型自由変数には, 2次元ヒルベルト空間が対応する
- 各qubitの状態をあらわす密度行列を ρ とする
  以後, 組 $\langle P, \rho \rangle$ のことをコンフィグレーションとよぶ
- $P||Q$ は, $qv(P) \cap qv(Q) = \emptyset$ のときのみ定義される
- 量子通信で空間をやりとりできる

ラベル付き状態遷移

- $\langle P, \rho \rangle \xrightarrow{\alpha} \mu$
- コンフィグレーション $\langle P, \rho \rangle$ は
  行動 α をおこなって,
  確率分布 μ に遷移する

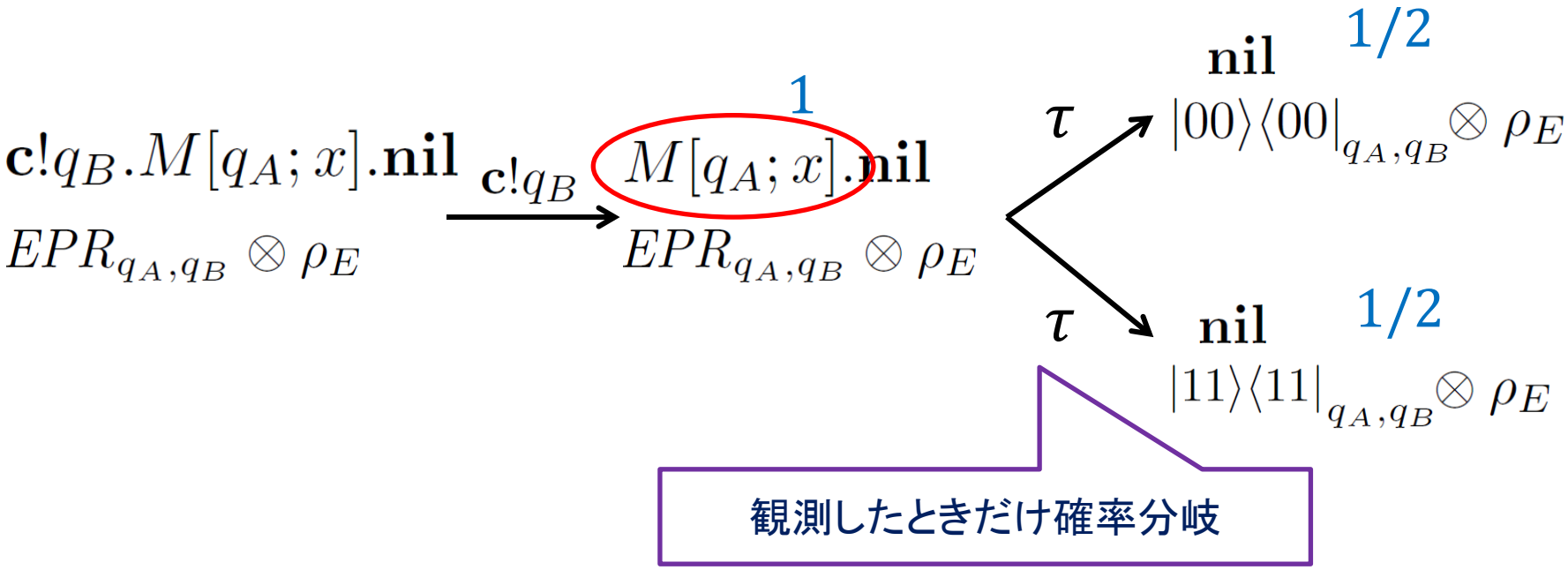
状態遷移の例

$$\langle \mathbf{c}!q_B.M[q_A;x].\mathbf{nil}, EPR_{q_A,q_B} \otimes \rho_E \rangle$$



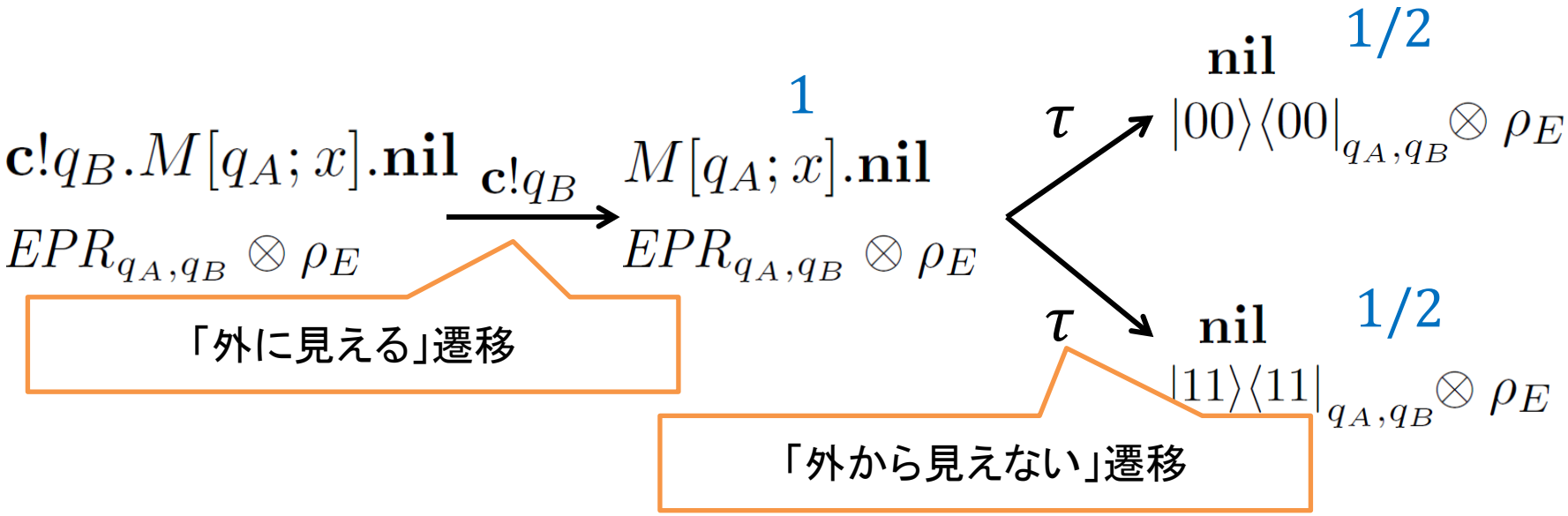
状態遷移の例

$$\langle \mathbf{c}!q_B.M[q_A;x].\mathbf{nil},\ EPR_{q_A,q_B} \otimes \rho_E \rangle$$



状態遷移の例

$$\langle \mathbf{c}!q_B.M[q_A;x].\mathbf{nil},\ EPR_{q_A,q_B} \otimes \rho_E \rangle$$

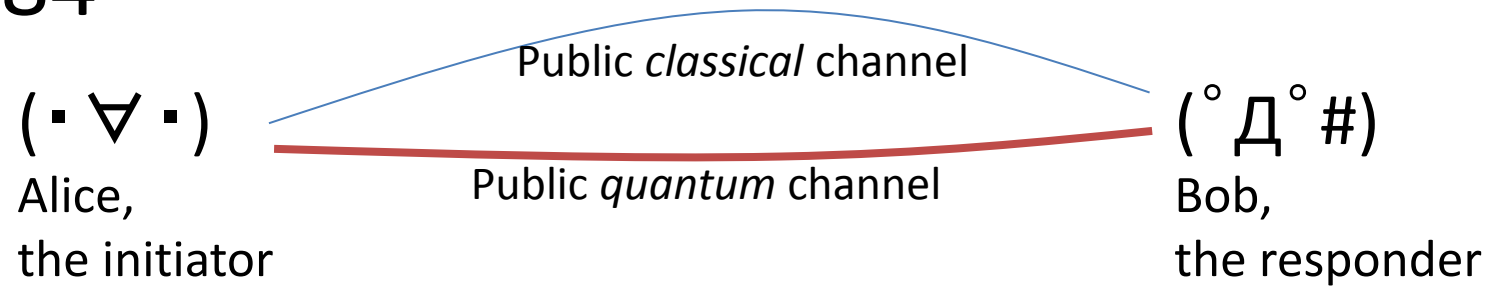


双模倣関係

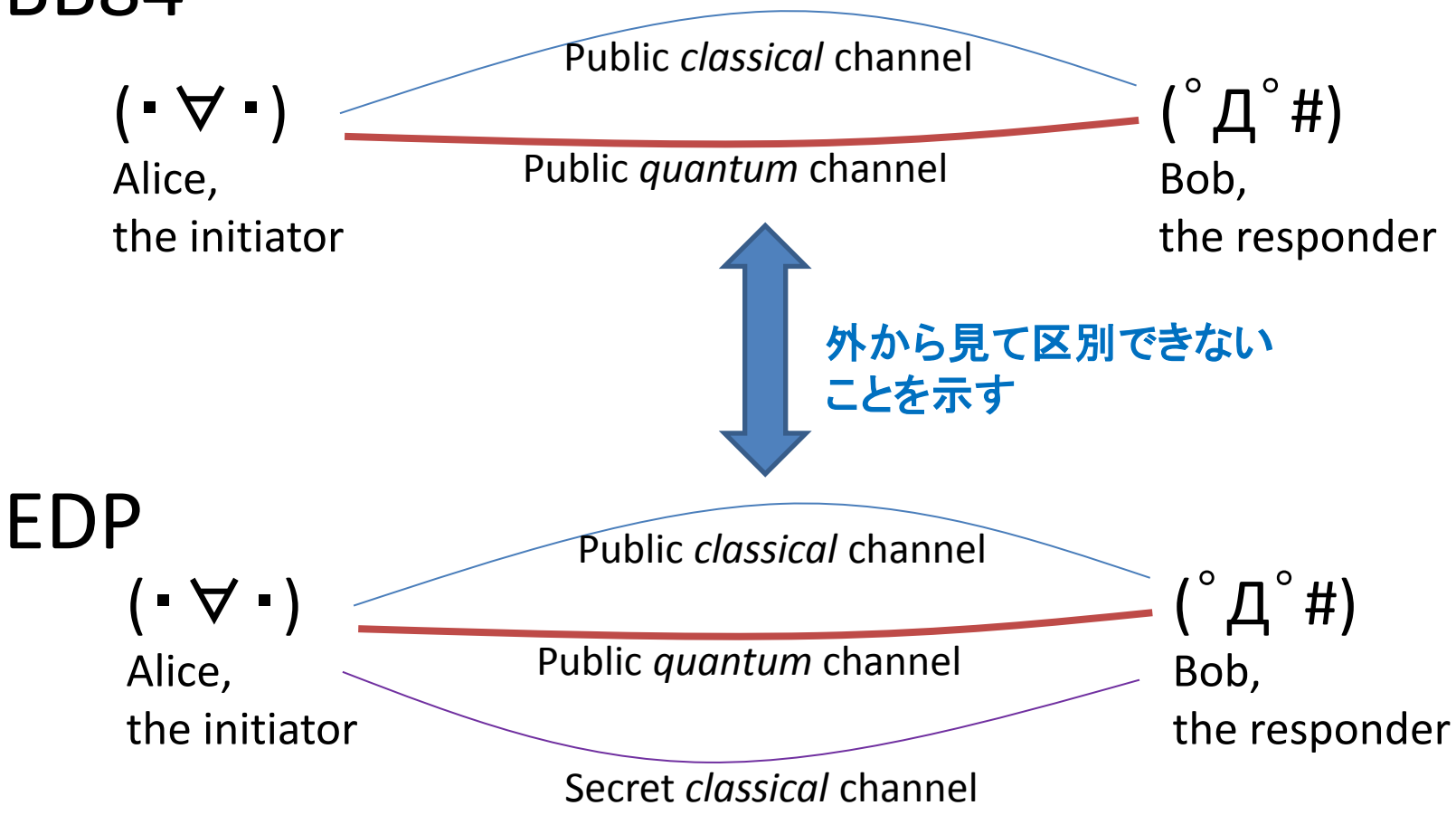
- ふたつのコンフィグレーション $\langle P, \rho \rangle, \langle Q, \sigma \rangle$が外から見て同じように振る舞うという関係
- 一方のプロセスが遷移可能なら, 他方でも τ 遷移を除いて同様の遷移が可能であり, かつ, 各ステップにおいて, 外の人がアクセスできる量子状態が同じ
- $\langle P, \rho \rangle \approx \langle Q, \sigma \rangle$ と書く

BB84の安全性証明の概要[SP00]

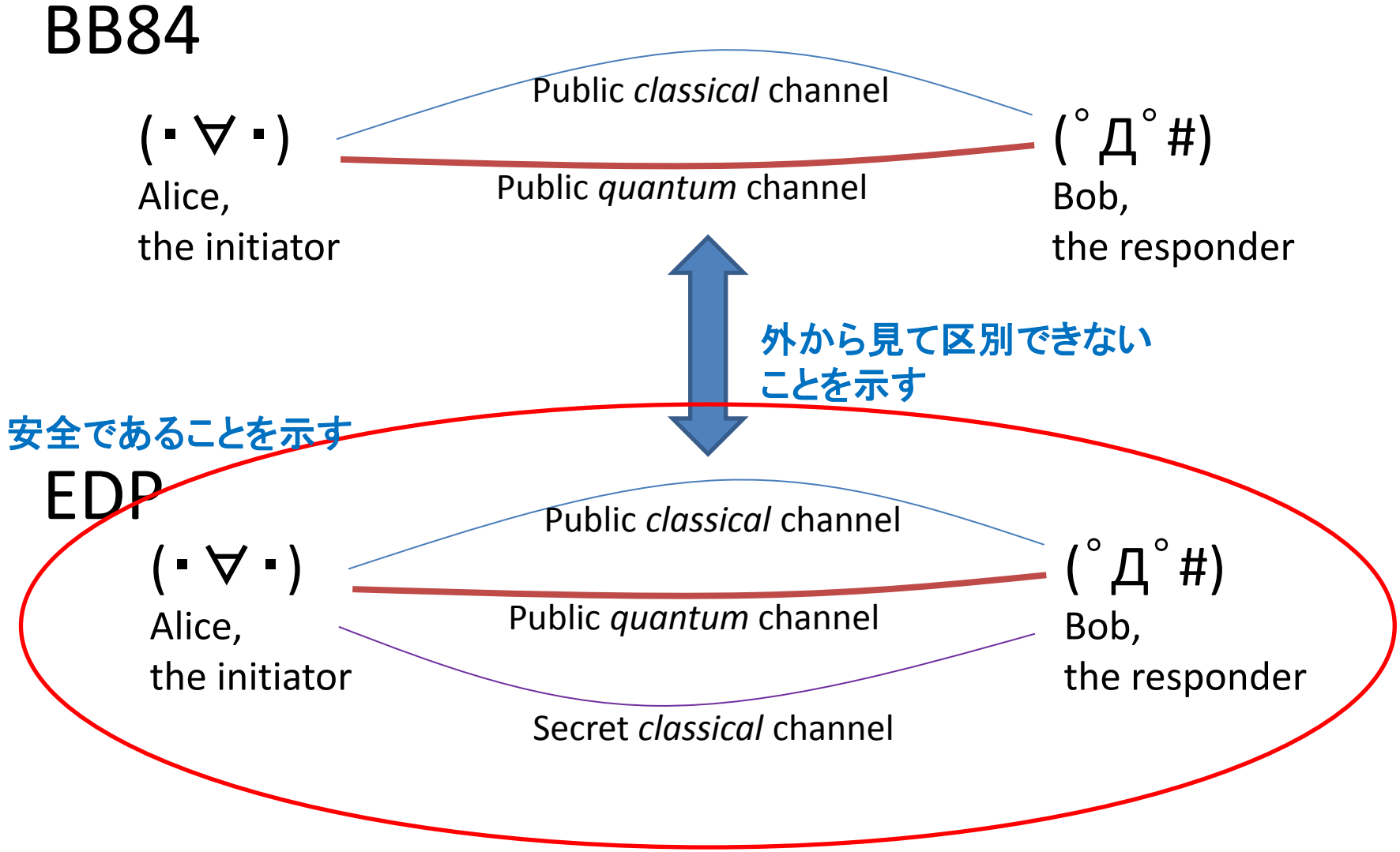
BB84



BB84の安全性証明の概要[SP00]

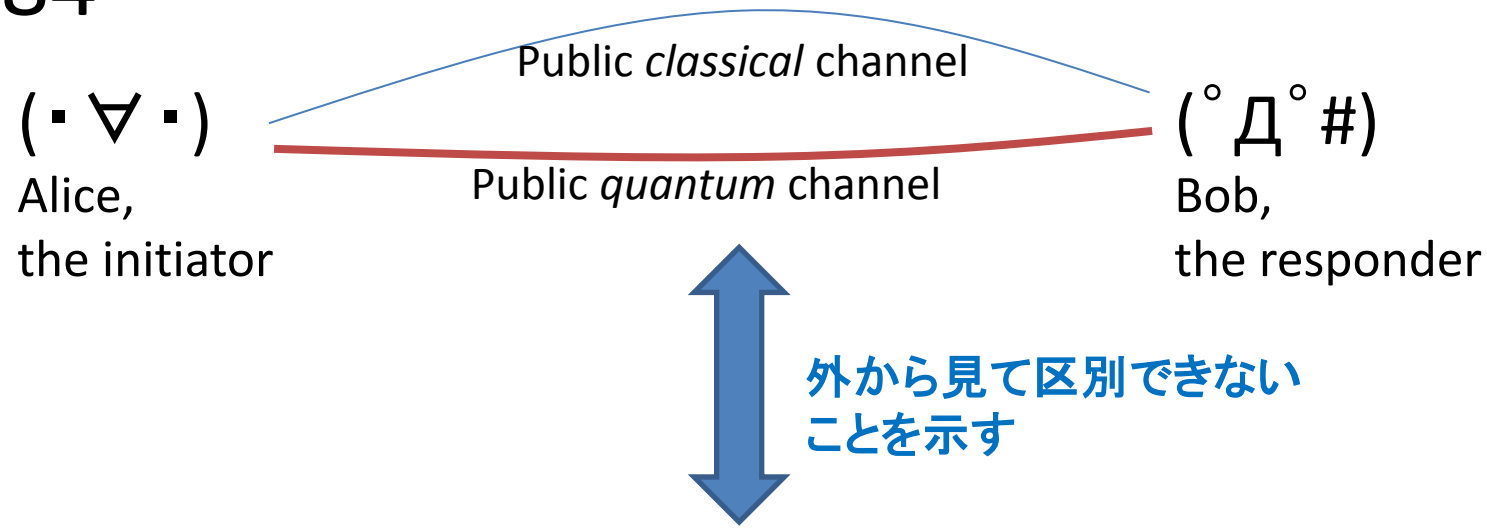


BB84の安全性証明の概要[SP00]



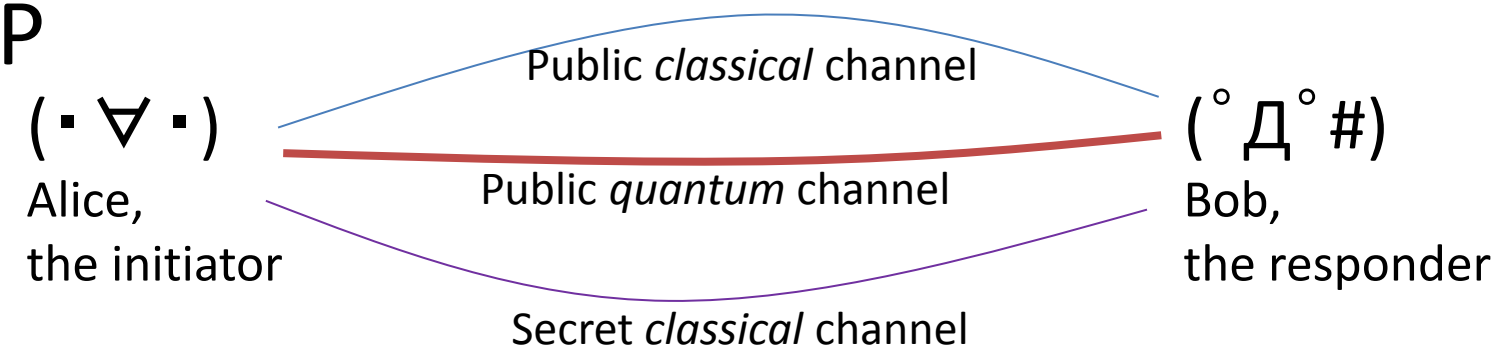
形式検証の概要

BB84



外から見て区別できない
ことを示す

EDP



形式検証の概要

BB84

コンフィグレーション
として形式化

the initiato

Pu nnel

(゜Д゜#)
Bob,
the responder

$\langle A||B\backslash\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5,c_6\},\ \rho_A\otimes\rho_B\otimes\rho_E\rangle$
$A \equiv$ hadamards(q'_A, r^1_A).
shuffle(q'_A, r^2_A).
$\mathbf{c_1}!q'_{A,1},...,q'_{A,2n}.c_1?x_A$.
copy$(r^2_A, R^2_A).\mathbf{c_2}!r^2_A.\mathbf{d_1}!R^2_A$.
copy$(r^1_A, R^1_A).\mathbf{c_3}!r^1_A.\mathbf{d_2}!R^1_A$.
measure$(q_{A,1},...,q_{A,n})$.
$\mathbf{c_4}?s_A$.abort_alice$(q_{A,1},...,q_{A,n},s_A,b_A)$
$M[b_A;y].c_2!y.d_1!y$.if y then
css_projection$(q_{A,n+1},...,q_{A,2n},u_A,v_A)$.
css_decode$(q_{A,n+1},...,q_{A,2n},u_A,v_A)$
copy$(u_A,U_A).\mathbf{c_5}!u_A.\mathbf{d_3}!U_A$.
copy$(v_A,V_A).\mathbf{c_6}!v_A.A_2$
+ if $\neg y$ then $\perp$
$\rho_A \equiv (|00\rangle\langle 00|+|00\rangle\langle 11|+|11\rangle\langle 00|+|11\rangle\langle 11|)^{\otimes 2n}_{q_A,q'_A}\otimes$
$(|0\rangle\langle 0|+|1\rangle\langle 1|)^{\otimes N}_{r^1_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|+|1\rangle\langle 1|)^{\otimes N}_{r^2_A}\otimes$
$(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes N}_{R^1_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes N}_{R^2_A}\otimes|0\rangle\langle 0|_{b_A}\otimes$
$(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes n}_{u_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes n}_{v_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes n}_{U_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|$

≈

双模倣の証明

EDP

(・∀・)
Alice,
the initiator

Pul el

S el

(゜Д゜#)
Bob,
the responder

$\langle A||B\backslash\{c_1,c_2,c_3,c_4,c_5\}\ \rho_A\otimes\rho_B\otimes\rho_E\rangle$
$A \equiv$ hadamards(q'_A, r^1_A).
shuffle(q'_A, r^2_A).
$\mathbf{c_1}!q'_{A,1},...,q'_{A,2n}.c_1?x_A$.
copy$(r^2_A, R^2_A).\mathbf{c_2}!r^2_A.\mathbf{d_1}!R^2_A$.
copy$(r^1_A, R^1_A).\mathbf{c_3}!r^1_A.\mathbf{d_2}!R^1_A$.
$\mathbf{c_4}?s_A$.abort_alice$(q_{A,1},...,q_{A,n},s_A,b_A)$.
$M[b_A;y].c_2!y.d_1!y$.if y then
if b_A then
cnot$(u_A,q_{A,n+1},...,q_{A,2n})$.
copy$(u_A,q_{A,n+1},...,q_{A,2n})$.
key$(q_{A,n+1},...,q_{A,2n})$.
copy$(u_A,U_A).\mathbf{c_5}!u_A.\mathbf{d_3}!U_A.A_2$
+ if $\neg y$ then $\perp$
$\rho_A \equiv (|00\rangle\langle 00|+|11\rangle\langle 11|)^{\otimes 2n}_{q_A,q'_A}\otimes$
$(|0\rangle\langle 0|+|1\rangle\langle 1|)^{\otimes N}_{r^1_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|+|1\rangle\langle 1|)^{\otimes N}_{r^2_A}\otimes$
$(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes N}_{R^1_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes N}_{R^2_A}\otimes|0\rangle\langle 0|_{b_A}\otimes$
$(\sum_{u\in C_1}|u\rangle\langle u|)^{\otimes n}_{u_A}\otimes(|0\rangle\langle 0|)^{\otimes n}_{U_A}$

これまでの研究[KKKKS'12]

- 双模倣を手作業で示した
  - 状態遷移が長く, 分岐が多い
  - 攻撃者がアクセスできる量子状態が等しいことは, 元論文の証明と同じように示した
- 検証ツールがあるとよい
  - 遷移が対応することを自動的に検証したい
  - 量子状態の等しさも自動で計算したい

ツールの設計(量子状態の表現)

- 量子状態は記号列で表現
  - 鍵の長さなどを決めるセキュリティパラメタは，自然数の定数記号として扱う

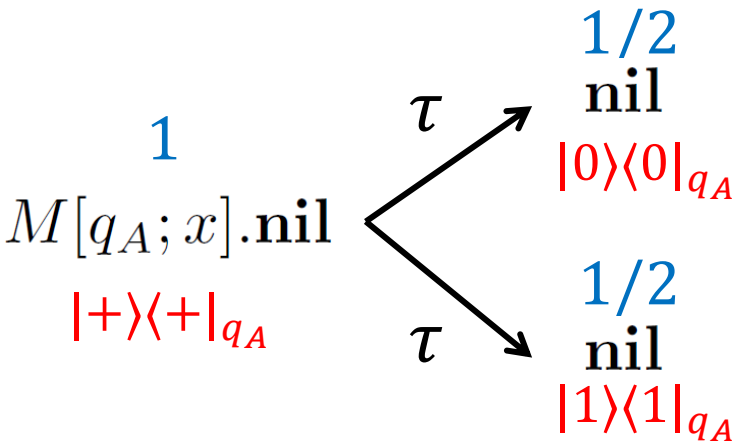
$$(|00\rangle\langle 00| + |00\rangle\langle 11| + |11\rangle\langle 00| + |11\rangle\langle 11|)^{\otimes n}_{q^A, q'^A}$$

n個のEPRペア

```
nat n;
qvar qA  : n;
qvar qA' : n;
dsym EPR : n, n;
  ...
EPR[qA,qA']
```

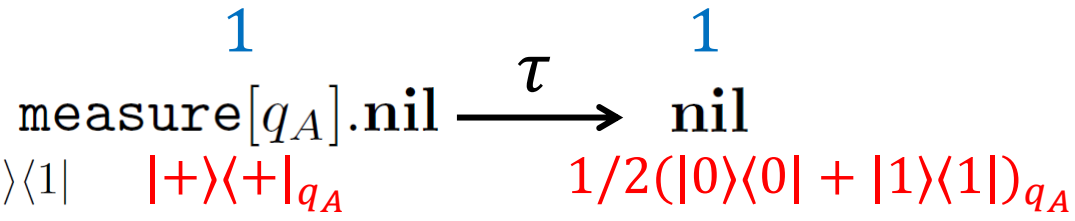
観測の形式化について

構文にある観測 $M[\tilde{q}; x]$ で書いた場合



観測をあらわす量子演算で書いた場合

$\mathcal{E}_{\mathtt{measure}}(\rho) = |0\rangle\langle 0|\rho|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|\rho|1\rangle\langle 1|$



$$P ::= \mathbf{nil} \mid \tau.P \mid c?x.P \mid c!e.P \mid \mathbf{c}?q.P \mid \mathbf{c}!q.P \mid \mathtt{if}\ b\ \mathtt{then}\ P \mid \mathcal{E}[\tilde{q}].P \mid M[\tilde{q}; x].P \mid P||P \mid P\backslash L$$

量子演算　　観測

観測の形式化について[KKKKS'12]

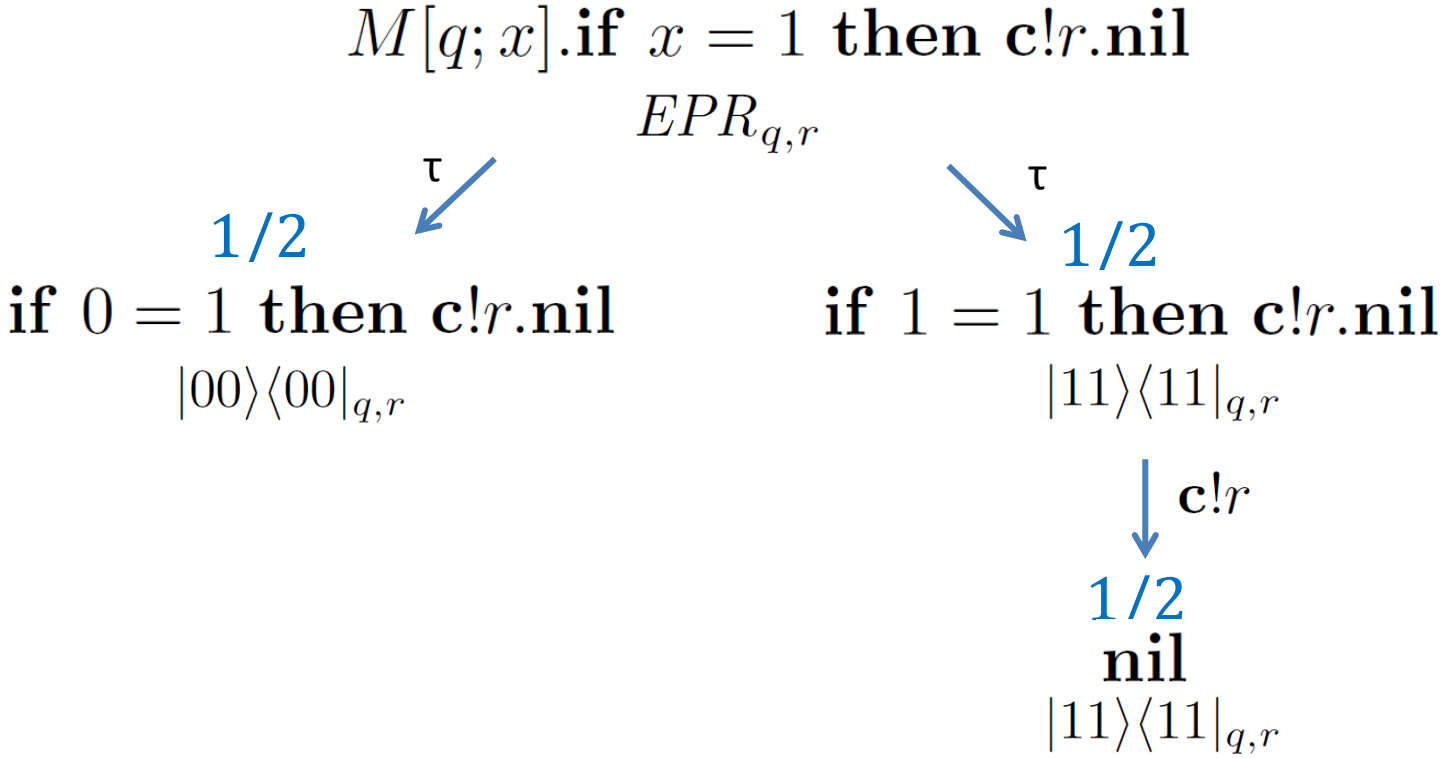
- 観測の形式化は二種類あり,
  使い分ける必要がある
- 攻撃者にとって分岐が見えるような観測
  だったら $M[\tilde{q}; x]$ で形式化する
  - 観測の結果によって違うラベルで遷移する場合など
- 見えないなら $\mathcal{E}_{\mathtt{measure}}$ で形式化する

$$P ::= \mathbf{nil} \mid \tau.P \mid c?x.P \mid c!e.P \mid \mathbf{c}?q.P \mid \mathbf{c}!q.P \mid \mathtt{if}\ b\ \mathtt{then}\ P \mid \mathcal{E}[\tilde{q}].P \mid M[\tilde{q}; x].P \mid P||P \mid P\backslash L$$

量子演算　観測

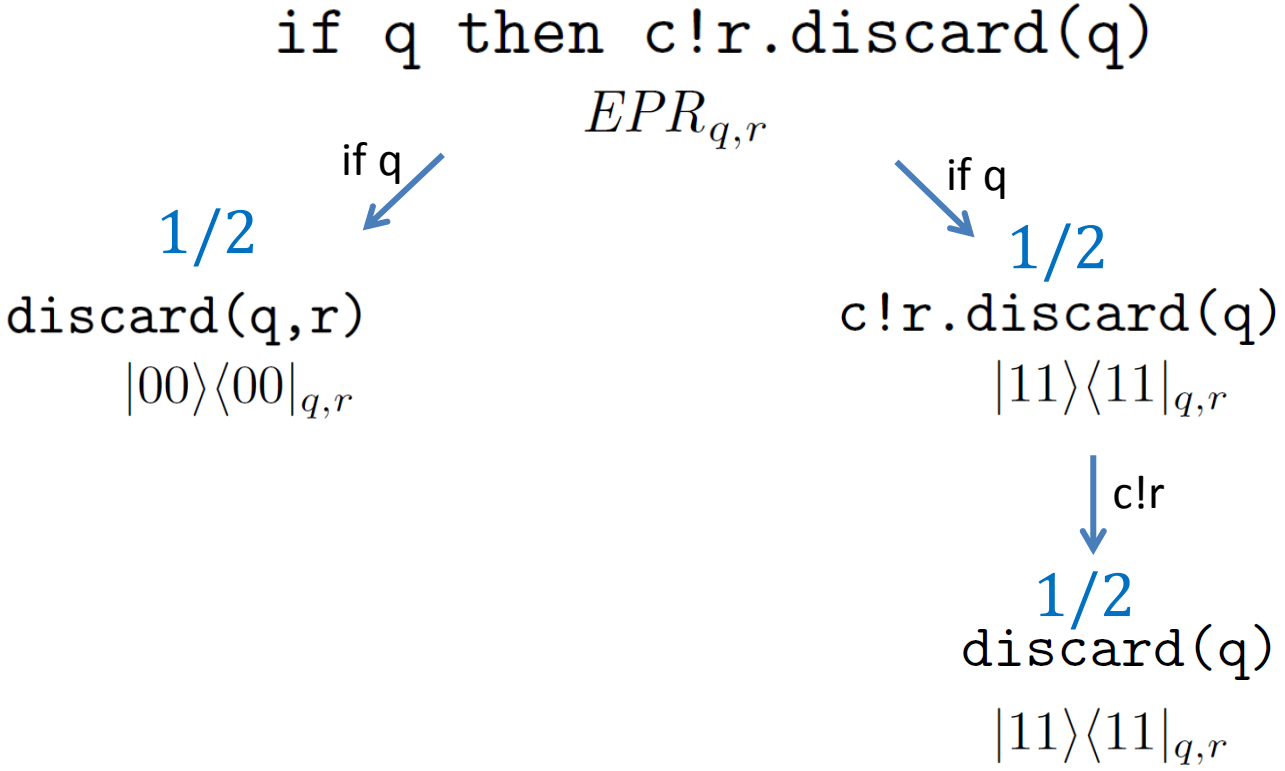
ツールの設計(確率分岐)

- 形式化の使い分けを自然に行うため，
  $M[q\tilde{};x]$は if 分岐に組み込んだ



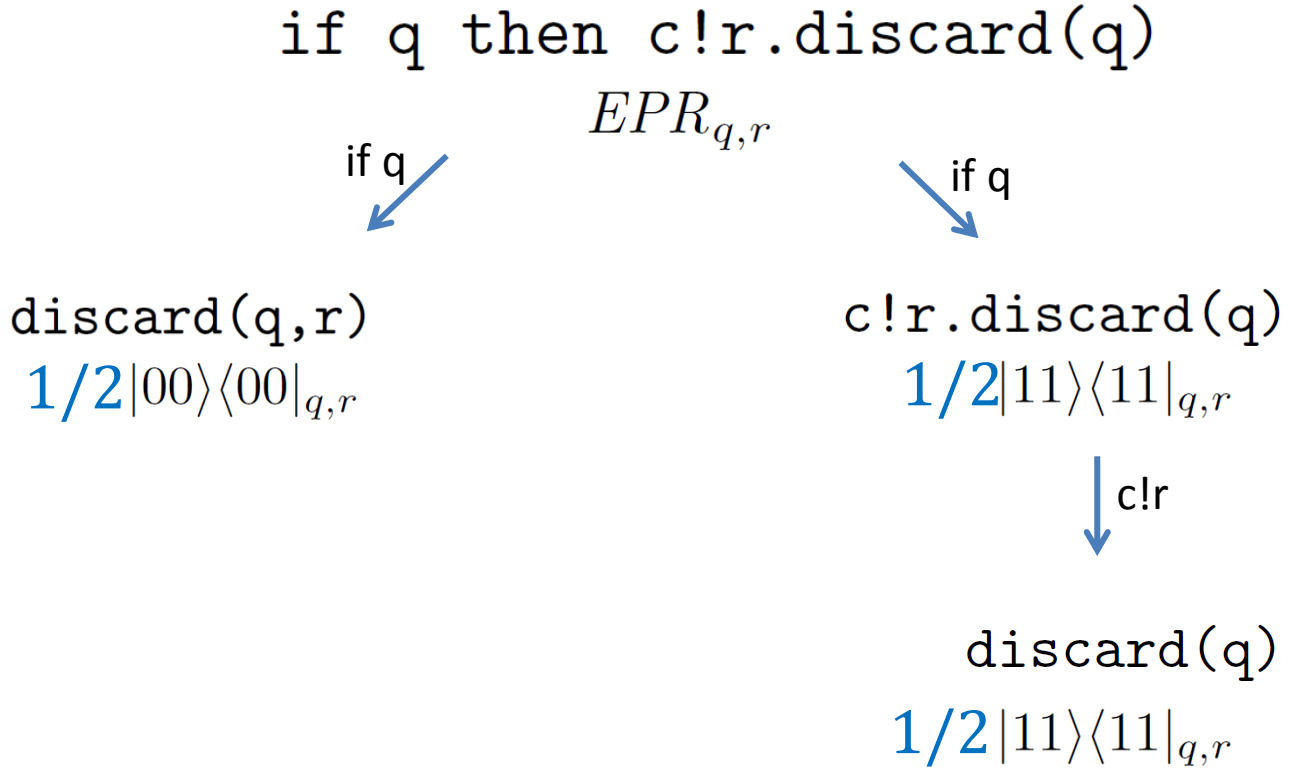
ツールの設計(確率分岐)

- 形式化の使い分けを自然に行うため，$M[\tilde{q}; x]$は if 分岐に組み込んだ



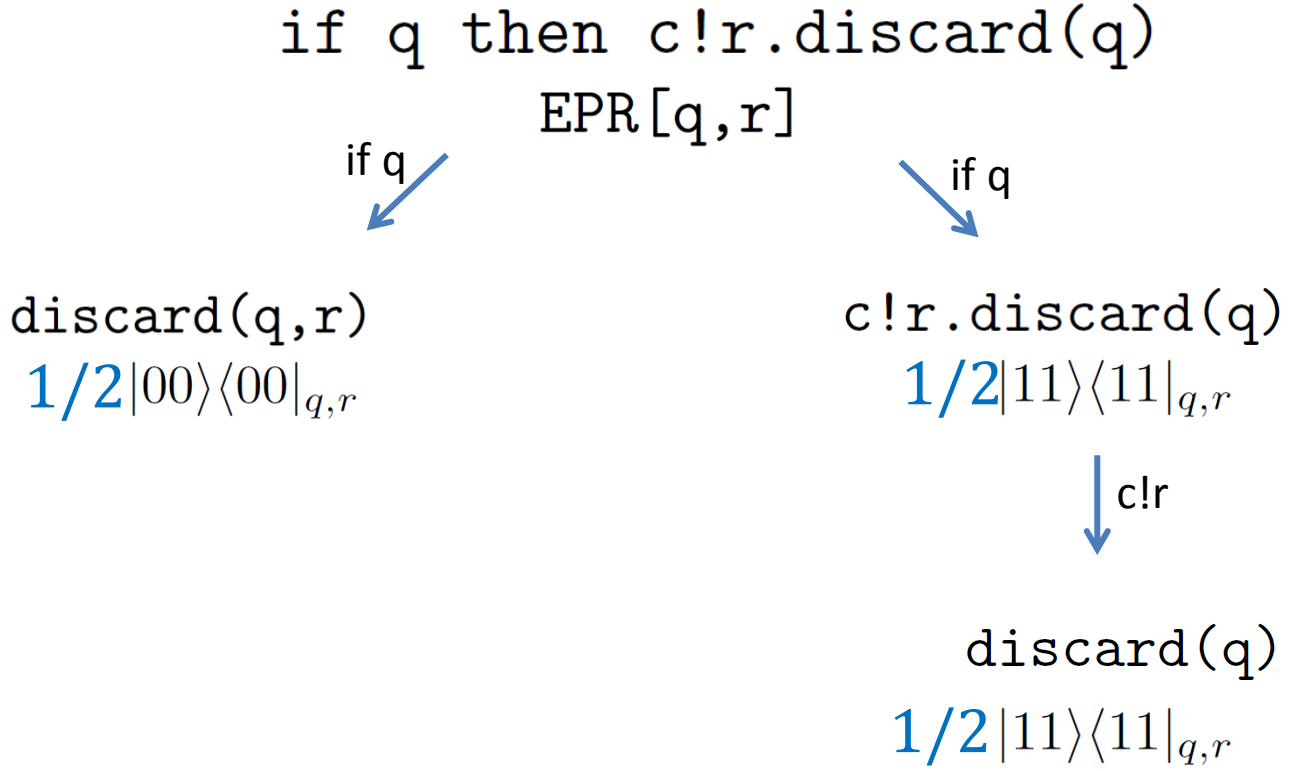
ツールの設計(確率分岐)

- 形式化の使い分けを自然に行うため，$M[q\tilde{};x]$は if 分岐に組み込んだ



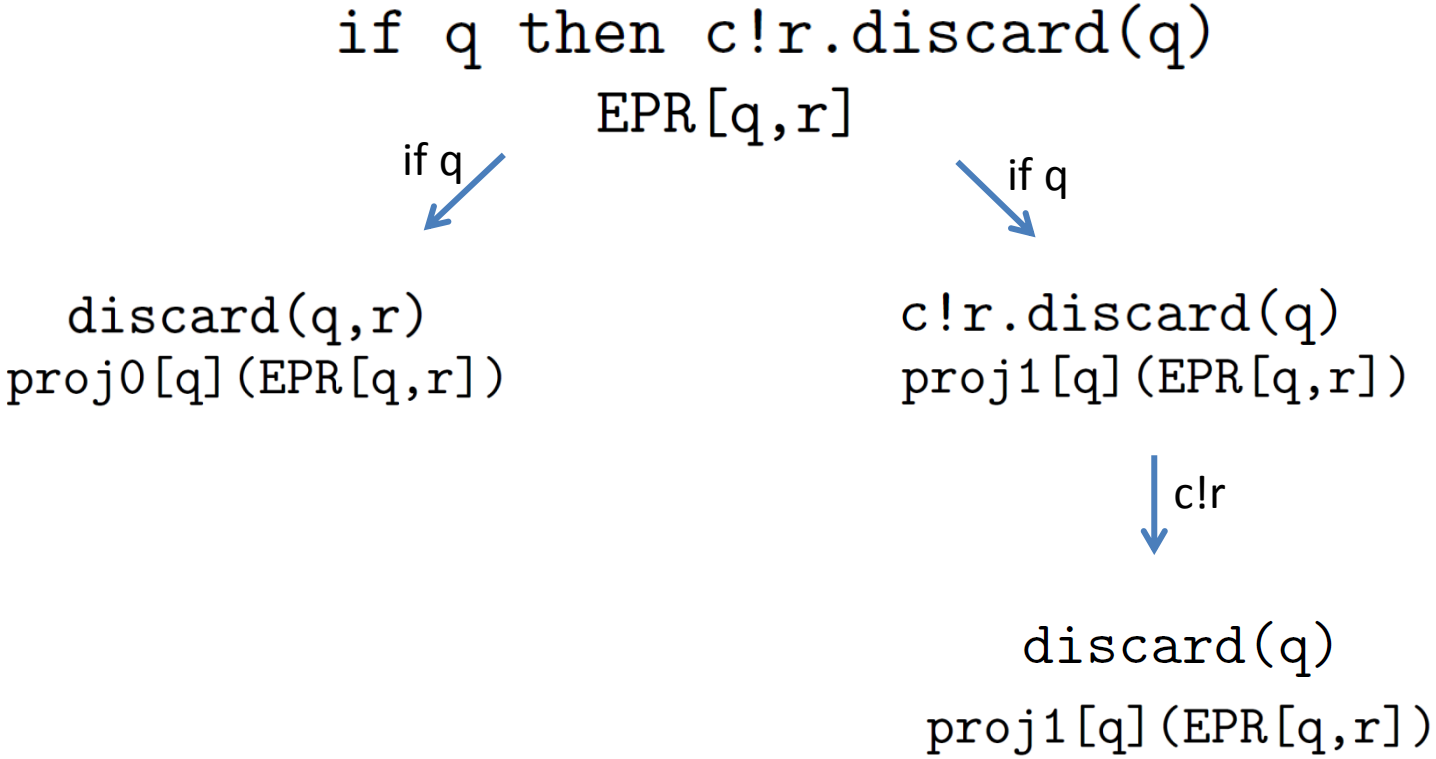
ツールの設計(確率分岐)

- 形式化の使い分けを自然に行うため，$M[\tilde{q};x]$は if 分岐に組み込んだ



ツールの設計(確率分岐)

- 形式化の使い分けを自然に行うため，$M[\tilde{q}; x]$は if 分岐に組み込んだ



双模倣の検証

- 状態遷移の対応を調べる
- 外の人(攻撃者)がアクセス可能な量子状態が常に一致しているか確認する

量子状態の等しさの判定

- コンフィグレーション $\langle P, \rho \rangle$ に対し,
  外の人(攻撃者)がアクセス可能な量子状態は,
  部分トレース $\mathrm{Tr}[qv(P)](\rho)$ で表される
- ツールは, 変数の出現に着目して,
  消去できる記号を消去する (トレースアウト)

$$\mathrm{Tr}[qv(P)](\rho)$$

全体の量子状態 ρ のうち, P に現れる量子変数に
対応する空間を, 攻撃者に見えなくする

トレースアウト

例

Tr[q, r](op1[q](X[q]*Y[r]*Z[s]))

Tr[q, r](op2[q](U[q]*Z[s]*V[r]))

トレースアウト

例

Tr[q, r](op1[q](X[q]*Y[r]*Z[s])) → Z[s]

Tr[q, r](op2[q](U[q]*Z[s]*V[r])) → Z[s]

ユーザ定義等式の適用

- 左辺にマッチする部分を, 右辺に書き換える

  ユーザ定義：Tr[q](EPR[q, r]) = Tr[q](PROB[q,r])

  対象の環境：Tr[q](op[s, t](EPR[q, r]*X[s]*Y[t]))
  ↓
  Tr[q](op[s, t](PROB[q, r]*X[s]*Y[t]))

- 判定する機会ごとに,
  各等式は高々一度ずつしか適用しない
- 等式適用の手続は必ず停止する

量子状態の等しさの判定

- トレースアウトと等式適用の両方によって, 書き換える
- 書き換えたあとの環境どうしが構文的に等しいか判定する
  - 量子演算の記号, 状態の記号を適切に交換して, 等しい記号列にできるかを調べる

(例)　E[q](F[r, s](U[q]*V[r]*W[s]))

=

F[r, s](E[q](V[r]*U[q]*W[s]))

ツールの概要

- Ruby 1.9.2で動作確認
- 入力: 双模倣を検証したい二つのコンフィグレーション$\langle P, \rho \rangle, \langle Q, \sigma \rangle$と,ユーザ定義等式の集合
- 出力: true または false

ツールの性質

- どんな入力に対しても停止する
- ツールがtrueを出力したとき, 等式が正しければ, $\langle P, \rho \rangle, \langle Q, \sigma \rangle$は双模倣である
- ツールがfalseを出力しても, $\langle P, \rho \rangle, \langle Q, \sigma \rangle$は双模倣かもしれない
  - 双模倣であることを示すための等式が不足している可能性がある

等式のためのオプション

- 量子状態, 部分トレース, プロセスを表示する
  - 部分トレースが等しくならないときなど
- 不足している等式を見つけることや,
  等式の誤りを見つけるのに役立つ

実験環境

- Panasonic CF-J9
  Intel(R) Core(TM) i5 CPU
  M460 @ 2.53GHz, 1GB memory

実験結果

- Shor-Preskillの, BB84とEDPの等価性検証
  - 状態遷移木
    - BB84: 588ノード, 165パス
    - EDP: 621ノード, 165パス
  - 双模倣の検証までに, 15.98秒かかった
  - 再帰手続きは, 951回呼び出された

まとめ

- 量子プロセス計算qCCSの双模倣関係を検証するツールを開発した
  - 量子状態は記号で表される
  - 量子状態間の等式は人間が与える
  - ツールは等式を使って部分トレースを計算し，状態遷移の対応をチェックする
- Shor-PreskillによるBB84の安全性証明に検証ツールを適用した
  - BB84とEDPの等価性の自動検証を行った

今後の課題

- 項書き換え戦略のより詳しい検討
- 確率双模倣
  - EDPの安全性証明の形式化・自動化
- 他のプロトコルへの応用
  - B92, 六状態プロトコルなどは, Shor-Preskillと似た方法による安全性証明がある