

ゲーム列による安全性証明の 形式化と自動化

真野健, 櫻田英樹,

河辺義信, 塚田恭章

NTTコミュニケーション科学基礎研究所

はじめに

[目的] 数理的技法を用いて, 形式的に情報セキュリティの証明を行いたい

[方法] 直接的方法と間接的方法

二つの方法の違い: 攻撃者の能力の形式化の方法

形式化とは

- セキュリティプロトコルの動作や, それに関する推論などを, **記号の操作**で定式化(c.f. 厳密)
例: (確率)オートマトン, (確率)Hoare論理, (確率)プロセス計算
- 計算機による証明の支援の可能性(証明チェッカ, 自動証明器)
- 実際には, すべてが形式化されるわけではない
例: 形式的な推論規則の正当性を, (形式的にはではないが)厳密に証明する

おさらい: Dolev-Yao モデル

絶対にやぶられない暗号系を仮定し, そのメッセージや性質を代数的な体裁で表現(メッセージ代数)

$E(k, x)$: 鍵 k によるデータ x の暗号化

$D(k, m)$: 鍵 k によるメッセージ m の復号化

$D(k, E(k, x)) = x$: k で暗号化して復号化すると元に戻る

$E(k, x)$ は知っているが, 鍵 k は知らない

⇒ $D(k, E(k, x))$ などを作れない

⇒ x (と同値な項)を作れない

: k なしに, x の k による暗号化を復号化できない

直接的方法に関する 3 つの研究

- (1) **Corin と Hartog**: “A Probabilistic Hoare-style Logic for Game-Based Cryptographic Proofs”. ICALP (2) 2006.
- (2) **Blanchet と Pointcheval**: “Automated Security Proofs with Sequences of Games”. CRYPTO 2006.
- (3) **Canetti ら**: “Using Task-Structured Probabilistic I/O Automata to Analyze an Oblivious Transfer Protocol”. MIT CSAIL TR, 2006.

共通点:目的

ゲーム列による
安全性証明の形式化

相異点:方法

特に用いている形式的体系:

- (1) 確率 Hoare論理
- (2) 確率 プロセス計算
- (3) 確率 I/O オートマトン

本日の話

これらの3つの仕事を, 方法に関する各ポイント:

用いている形式的体系,

確率・ランダム性・計算が困難な問題の取り扱い,

記述例, 形式的証明の概要, ツールサポートの有無

などに関してヤブニラミすることで, 直接的方法研究の現状を概観することを目指す.

目次

はじめに

ゲーム列による安全性証明とは

確率 Hoare 論理を用いた形式化 [CorinとHartog]

確率プロセス計算を用いた形式化 [BlanchetとPointcheval]

task-PIOA を用いた形式化 [Canettiら]

ゲーム列による安全性証明とは

V. Shoup. “Sequence of games: a tools for taming complexity in security proofs”.

ゲームとは: 攻撃者と挑戦者との間で行われる攻撃ゲーム

セキュリティがやぶられる \Leftrightarrow 攻撃者が勝利する

特に, **計算量的安全性** \Leftrightarrow “効率的な”攻撃者の勝つ確率が十分に小さい

ゲーム列による**安全性証明**とは:

初期ゲームを次々に変換(変形)しながら, 以下を証明

- 攻撃者の勝つ確率は, 各ステップで“ほとんど”変わらない
- 最終ゲームでは, 攻撃者が勝つ確率が十分小さい

例: ElGamal 暗号の安全性

ランダムに選ぶ

$\{0, 1, \dots, q-1\}$

鍵生成 (pk, sk)

$$: x \xleftarrow{R} Z_q, \alpha \leftarrow \gamma^x, pk \leftarrow \alpha, sk \leftarrow x$$

メッセージ m の暗号化 (β, ζ) : $y \xleftarrow{R} Z_q, \beta \leftarrow \gamma^y, \delta \leftarrow \alpha^y, \zeta \leftarrow \delta \cdot m$

暗号文 (β, ζ) の復号化 $: m \leftarrow \zeta / \beta^x$

(γ は位数 q の群の生成元)

$$\zeta / \beta^x = \alpha^y m / \beta^x = (\gamma^x)^y m / (\gamma^y)^x = \gamma^{xy} m / \gamma^{xy} = m$$

安全性の“説明”:

公開鍵 $\alpha (= \gamma^x)$ や暗号化メッセージの第一要素 $\beta (= \gamma^y)$ から $\beta^x (= \gamma^{xy})$ が得られると困る, しかしそれは**困難**.

ElGamal 暗号の安全性の根拠

Decisional Diffie-Hellman 仮定 (DDH)

任意の“効率的な”アルゴリズム D について,

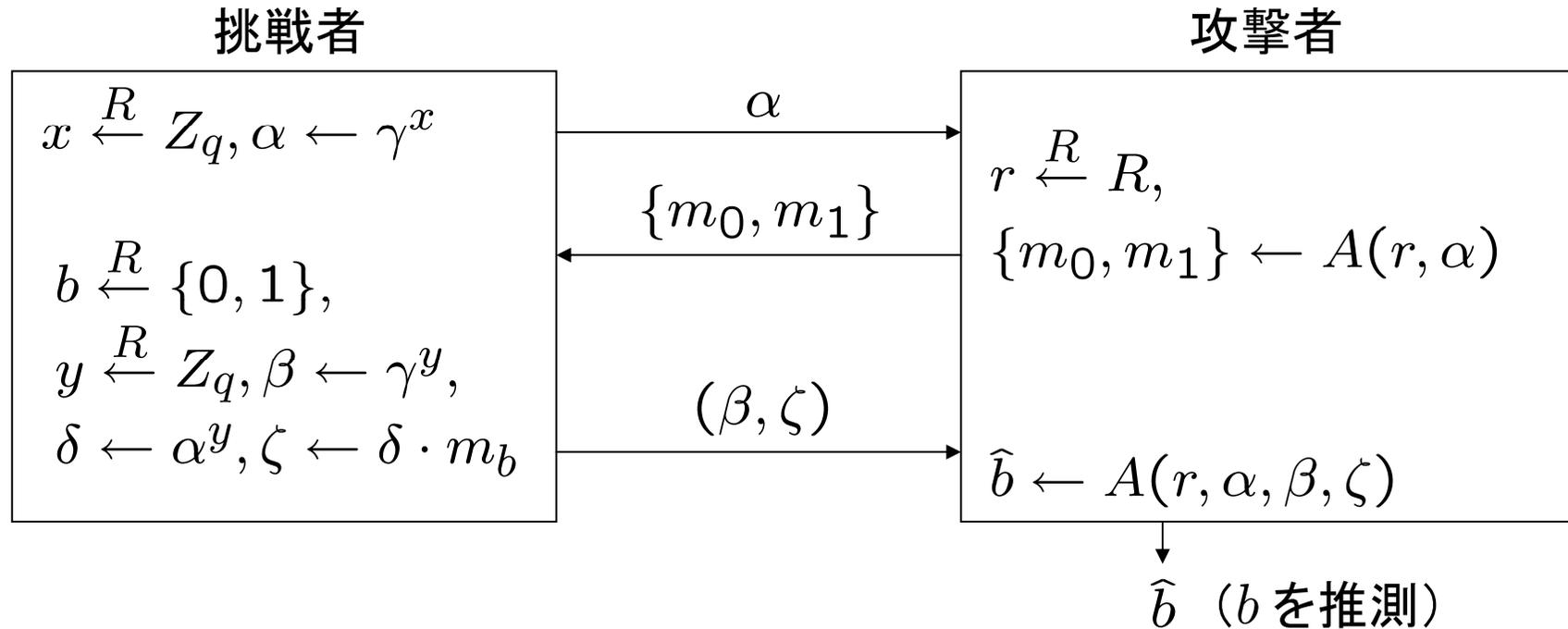
$$|\Pr[x, y \stackrel{R}{\leftarrow} Z_q : D(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^{xy}) = 1] - \Pr[x, y, z \stackrel{R}{\leftarrow} Z_q : D(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^z) = 1]|$$

が無視できるほど小さい.

以上の“説明”を, 厳密に証明: ゲーム列

ゲーム列による証明

ゲーム 0:



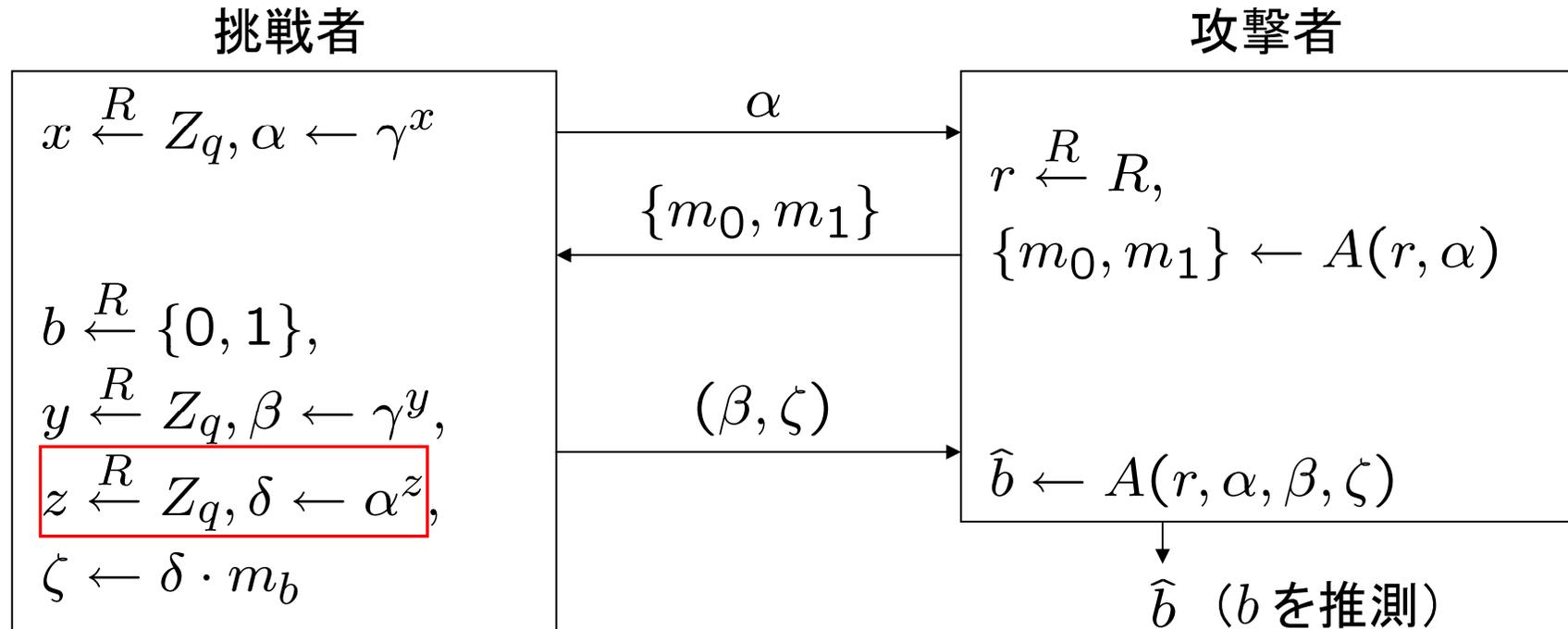
S_0 : ゲーム 0 において $b = \hat{b}$ となるイベント (攻撃者の勝利を意味する)

目標: $|Pr[S_0] - 1/2|$ が無視できるほど小さいこと (semantic security) を証明する

攻撃者は、あてずっぽより有意に賢くはない!

ゲーム列による証明(つづき)

ゲーム 1:



S_1 : ゲーム 1 において $b = \hat{b}$ となるイベント

[主張1] $Pr[S_1] = 1/2$. \because δ が y に依存しない乱数 z から作られるから

[主張2] $|Pr[S_0] - Pr[S_1]|$ は無視できるほど小さい.

(ゲーム書き換えの正当性)

主張2の証明

DDH を適用するためのアルゴリズム S を, ゲーム 0 とゲーム 1 を
補間することによって構成

Algorithm $S(\alpha, \beta, \delta)$

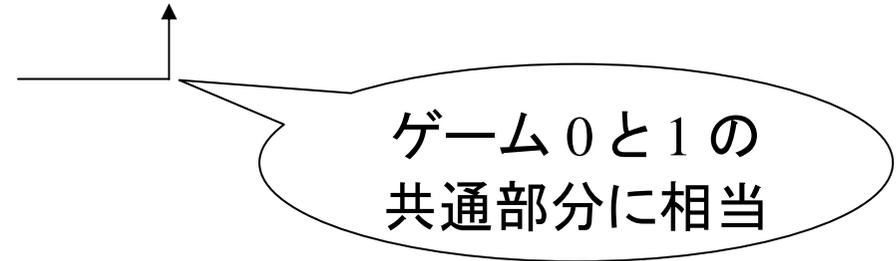
$r \xleftarrow{R} R, \{m_0, m_1\} \leftarrow A(r, \alpha)$

$b \xleftarrow{R} \{0, 1\}, \zeta \leftarrow \delta \cdot m_b$

$\hat{b} \leftarrow A(r, \alpha, \beta, \zeta)$

if $b = \hat{b}$ then output 1

else output 0



なぜ“補間”？

S に $(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^{xy})$ を与えるとゲーム 0: $\Pr[x, y: S(\dots) = 1] = \Pr[S_0]$

S に $(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^z)$ を与えるとゲーム 1: $\Pr[x, y, z: S(\dots) = 1] = \Pr[S_1]$

S に DDH を適用

$\Rightarrow |\Pr[S_0] - \Pr[S_1]| = |\Pr[S_0] - 1/2|$ は無視できるほど小さい。□

ゲーム“列”による証明は, 一般には複数のステップからなる。

ゲーム変換の分類

Shoup は, ゲームの変換を 3 つに分類

(1) 識別不能性にもとづく変換

2 つのゲームの差が無視できることを, 計算量的仮定を用いて証明
(ElGamal の例の変換はこれ)

2 つのゲームが与えられれば, それらを“補間”するアルゴリズムは機械的に作れることが多い

(2) 失敗イベントに基づく変換

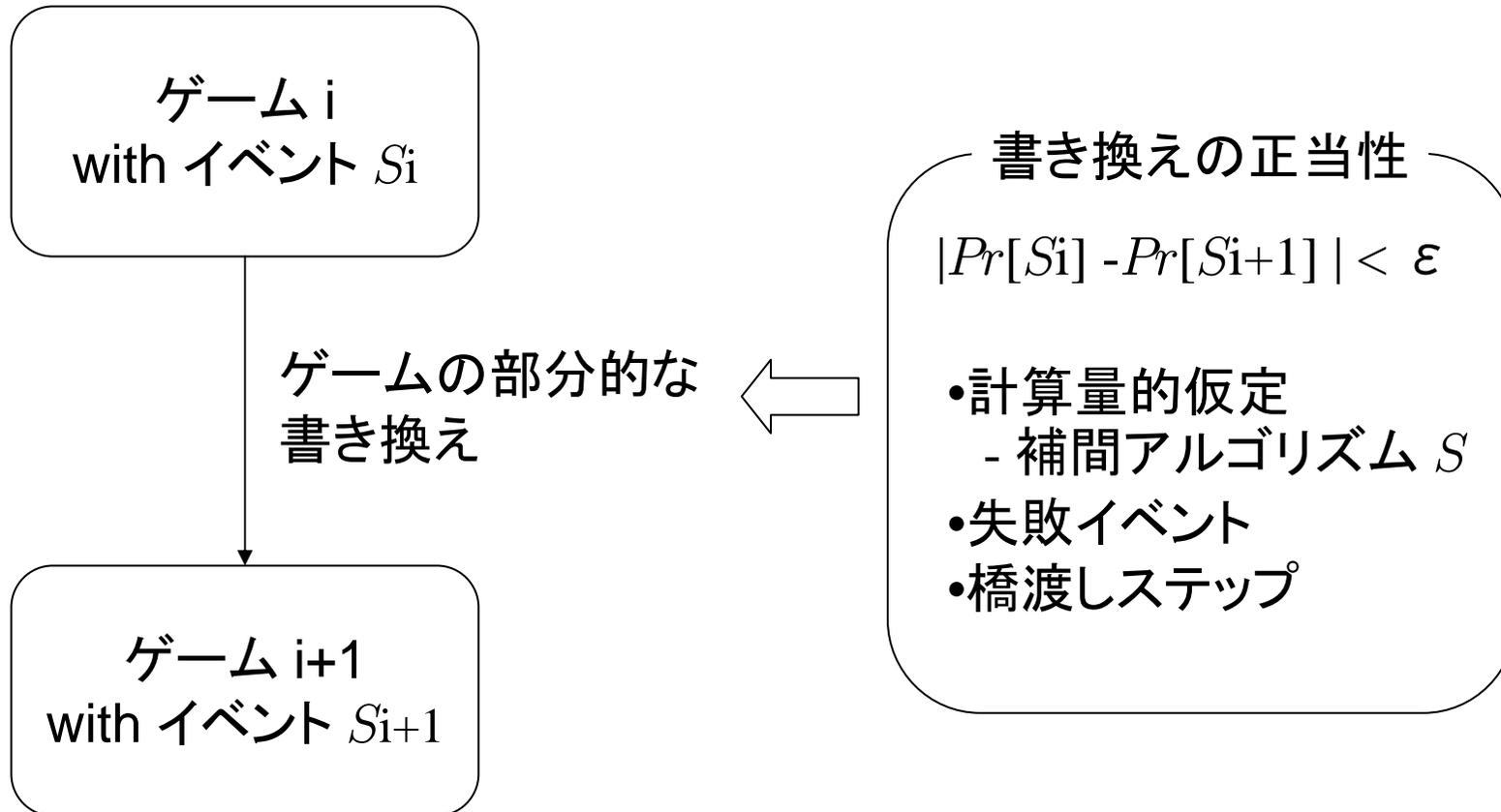
- 2 つのゲームが, 失敗イベント F が起こらない限り同一
- F の確率が無視できるほど小さい

を(しばしば組み合わせ論的に)証明

(3) 橋渡しステップ

“純粋に概念的”な変換(等価変換). 例: 条件分岐の条件が常に真なら else 部を取り除く, など. 確率には変化なし.

ゲーム列:まとめ



目次

はじめに

ゲーム列による安全性証明とは

確率 Hoare 論理を用いた形式化 [CorinとHartog]

確率プロセス計算を用いた形式化 [BlanchetとPointcheval]

task-PIOA を用いた形式化 [Canettiら]

確率 Hoare 論理を用いた形式化

Hoare 論理: プログラムが仕様を満たしていることを証明するための論理体系

正しさの表明: Hoare の三つ組み

$$\{P\} S \{Q\}$$

S : プログラム (単純な命令型プログラミング言語で記述)

P, Q : 状態 (一階述語論理式で記述)

“事前条件 P が成り立つ時に, プログラム S を実行すると, その実行後には事後条件 Q が成り立つ”

例: $\{0 \leq x \wedge x \leq 1\} y := x * x \{y \leq x\}$

公理/推論規則の例

複合文の規則

$$\frac{\{P\} S_1 \{R\} \quad \{R\} S_2 \{Q\}}{\{P\} S_1; S_2 \{Q\}}$$

代入の公理

$$\{Q[e/x]\} x := e \{Q\}$$

連言の規則

$$\frac{\{P\} S \{Q\} \quad \{P\} S \{R\}}{\{P\} S \{Q \wedge R\}}$$

帰結の規則

$$\frac{P \rightarrow P' \quad \{P'\} S \{Q'\} \quad Q' \rightarrow Q}{\{P\} S \{Q\}}$$

確率のための拡張

[プログラミング言語]

確率的選択 \oplus_ρ

例: $x := 1 \oplus_{1/3} x := 2$

x に 1/3 の確率で 1 が, 2/3 の確率で 2 が代入されるプログラム

[論理式]

確率に関する条件

例: $\mathbb{P}(P) < 1/4$

推論規則も拡張

$$\frac{\{P\} S_1 \{Q_1\} \quad \{P\} S_2 \{Q_2\}}{\{P\} S_1 \oplus_\rho S_2 \{Q_1 \oplus_\rho Q_2\}}$$

Q_1 と Q_2 が表す確率分布の
重みつき和

⇒ 確率版での“状態”: 状態の確率分布

“実行”: 実行系列の確率分布

ランダム性の取り扱い

[プログラミング言語]

ランダムアサインメント $x \stackrel{R}{\leftarrow} \{v_1, \dots, v_n\}$

$$x := v_1 \oplus_{1/n} (X := v_2 \oplus_{1/(n-1)} (\dots \oplus_{1/2} X := v_n))$$

[論理式]

ランダム性: $e_k \in S_k$ ($k = 1, \dots, n$) が各々独立かつランダム

$$R_{S_1, \dots, S_n}(e_1, \dots, e_n) =$$

$$\forall i_1, \dots, i_n : \mathbb{P}(e_1 = i_1 \wedge \dots \wedge e_n = i_n) = 1/|S_1| \cdot \dots \cdot 1/|S_n|$$

計算が困難な問題

DDH 仮定は、以下のように書ける:

$\{\mathbb{P}(\text{true}) = 1\}$

$x \xleftarrow{R} Z_q^*; y \xleftarrow{R} Z_q^*; r1 \xleftarrow{R} RND; b1 \xleftarrow{R} Bool; D(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^{xy}, r1, b1; \text{out1});$
 $z \xleftarrow{R} Z_q^*; r2 \xleftarrow{R} RND; b2 \xleftarrow{R} Bool; D(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^z, r2, b2; \text{out2})$

$\{|\mathbb{P}(\text{out1}) - \mathbb{P}(\text{out2})| \leq \varepsilon_{ddh}\}$

無視できるほど小さい

D の出力

“補間”アルゴリズム S は:

$m0 := A0(v1, v4); m1 := A1(v1, v4);$

$\text{if } v5 = \text{false} \text{ then } tmp := v3 \cdot m0 \text{ else } tmp := v3 \cdot m1 \text{ fi};$

$b := A2(v1, v2, tmp, v4);$

$\text{if } v5 = b \text{ then } x1 := \text{true} \text{ else } x1 := \text{false} \text{ fi};$

セキュリティ証明の概要

S を用いて, **ゲーム 1 の安全性**を記述/証明(形式的ではない議論含む)

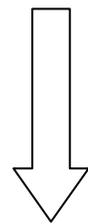
$$\{\mathbb{P}(\text{true}) = 1\}$$

$$x \leftarrow Z_q^*; y \leftarrow Z_q^*;$$

$$z \leftarrow Z_q^*; r2 \leftarrow RND; b2 \leftarrow Bool; S(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^z, r2, b2; \text{out2})$$

$$\{\mathbb{P}(\text{out2}) = 1/2\}$$

$\{R_{Z_q^{*3}, RND, Bool}(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^z, r2, b2)\}$ を証明



DDH 仮定,
プログラムの“直交性”,
連言の規則,
帰結の規則

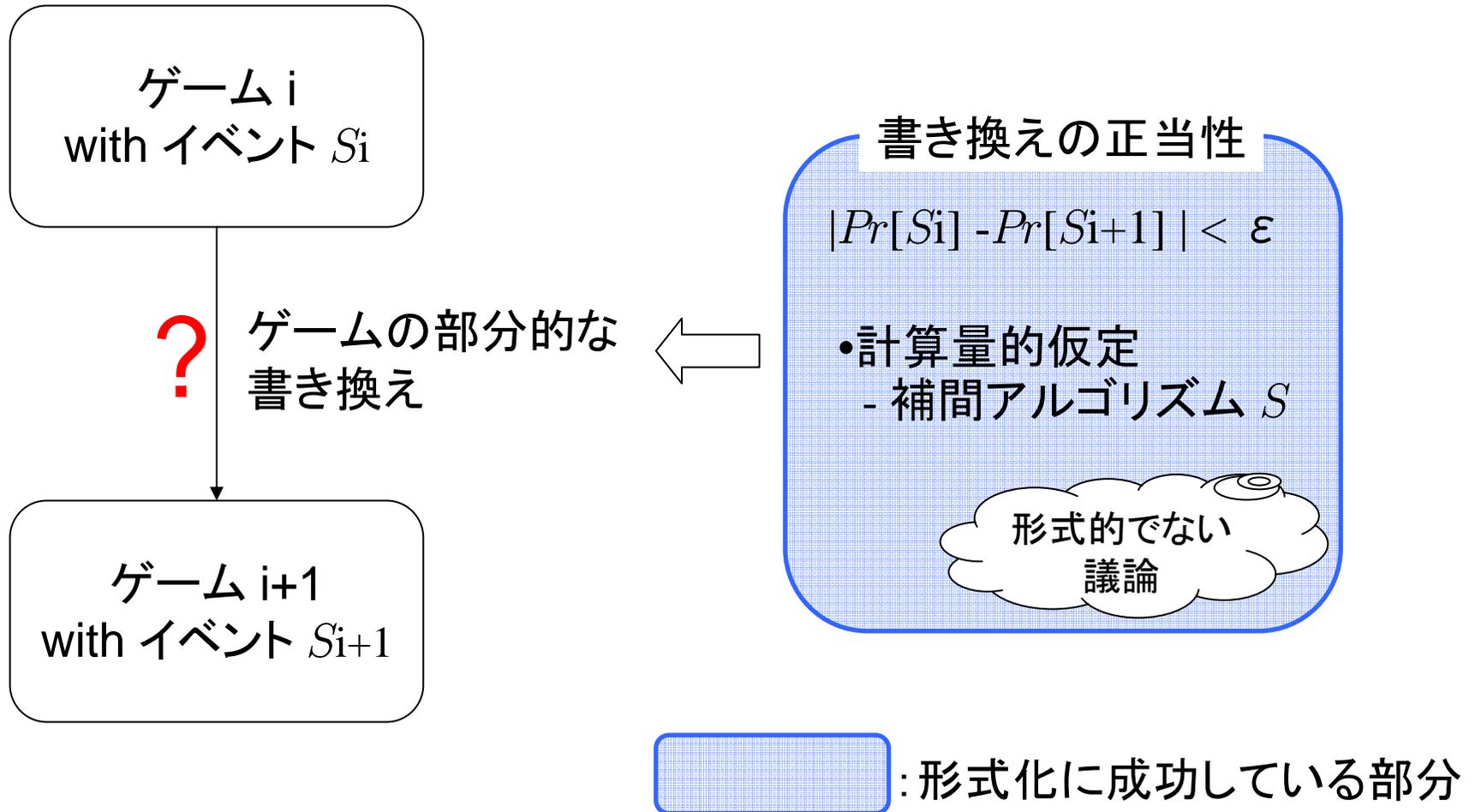
S を用いて記述された, **ゲーム 0 の安全性**を形式的に導出.

$$\{\mathbb{P}(\text{true}) = 1\}$$

$$x \leftarrow Z_q^*; y \leftarrow Z_q^*; r1 \leftarrow RND; b1 \leftarrow Bool; S(\gamma^x, \gamma^y, \gamma^{xy}, r1, b1, \text{out1});$$

$$\{|\mathbb{P}(\text{out1}) - 1/2| \leq \varepsilon_{ddh}\}$$

確率 Hoare 論理: まとめ



目次

はじめに

ゲーム列による安全性証明とは

確率 Hoare 論理を用いた形式化 [CorinとHartog]

確率プロセス計算を用いた形式化 [BlanchetとPointcheval]

task-PIOA を用いた形式化 [Canettiら]

確率プロセス計算を用いた形式化

プロセス計算とは:

並行システムの基本要素を演算子に対応させ、代数的な体裁で記述

プロセス式

0 : 何もしないプロセス

$P + Q$: プロセス P と Q を非決定的に選択して実行

$P|Q$: P と Q を並行に実行

$\bar{c}(d).P$: 通信チャンネル c へ値 d を送信

$c(x).P$: 通信チャンネル c から x の値を受信

$(\nu c)P$: 新しい通信チャンネルの生成

$!P$: replication, P のコピーを無限個生成 (ループ構文の代わり)

プロセス式の動作

構造同値関係 \equiv (抜粋)

$$\begin{aligned} P|0 &\equiv P, \quad P + P \equiv P, \\ (\nu c_1)(\nu c_2)P &\equiv (\nu c_2)(\nu c_1)P, \\ !P &\equiv P|!P \end{aligned}$$

遷移規則 (抜粋)

$$\text{COMM} : (\dots + x(y).P) | (\dots + \bar{x}z.Q) \rightarrow P\{z/y\} | Q$$

$$\text{PAR} : \frac{P \rightarrow P'}{P | Q \rightarrow P' | Q}$$

$$\text{STRUCT} : \frac{Q \equiv P \quad P \rightarrow P' \quad P' \equiv Q'}{Q \rightarrow Q'}$$

合同関係に基づく意味論

合同関係 \approx :

$P \approx Q$ ならば, 任意の文脈 $C[]$ について
 $C[P] \approx C[Q]$ となるような同値関係

$\Rightarrow P$ を Q に書き換えても全体の意味が変わらない
(書き換え“規則”の正当性)

本手法のプロセス計算

ゲーム列の表現に便利なように, Blanchet が拡張/変更

- イベント
- replication は有限個に制限
 - 計算時間を見積もるため, 構文: `foreach $i \leq d$ do Q`
- 配列 (ランダムオラクルモデルの形式化に利用)
 - `foreach`: 配列の宣言, `find`: 配列要素の検索
- 乱数生成 $x \stackrel{R}{\leftarrow} M$
- オラクル
 - 引数を受け取って値を返す単なるプロセス, “全てのプロセスはオラクルである”

ごめんなさい, ちょっとマニアックな話

配列の形式化

- `foreach` の中で代入される変数は, すべて配列. すなわち,

`foreach` $i \leq N$ `do` $x \leftarrow M(i); \dots$

は, 暗に配列 $x[N]$ を宣言している.

- 配列の値は, 並行に実行されるプロセス(代入文の“スコープ”の外!)から参照できる.

(`foreach` $i \leq N$ `do` $x \leftarrow M(i); \dots$)

| (`find` $j \leq N$ `suchthat` `defined` ($x[j]$) $\wedge y = x[j]$ `then` \dots)

記述例: 理想的なハッシュ関数

ハッシュ関数を, 本当の乱数表だとみなす (ランダムオラクルモデル)

```
foreach  $i_h \leq n_h$  do  $OH(x : \text{bitstring}) := \text{return}(\text{hash}(x))$   
 $\approx_0$  foreach  $i_h \leq n_h$  do  $OH(x : \text{bitstring}) :=$   
  find  $u \leq n_h$  suchthat  $(\text{defined}(x[u], r[u]) \wedge x = x[u])$  then  $\text{return}(r[u])$   
  else  $r \stackrel{R}{\leftarrow} D; \text{return}(r)$  すでに問い合わせがあった値なら, それを返す  
  さもなければ新たに乱数を生成
```

ゲームの書き換え規則

$P_1 \approx_p P_2$: (確率的) 観測等価性

- 時間 t の実行では, いかなる文脈も P_1 と P_2 を確率 $p(t)$ 以上で区別できない.
- “**合同的**”, ただし同値関係ではない (推移律が成り立たない).

本手法のプロセス計算(つづき)

非決定性の排除

- + は用いない
- 乱数生成, 通信, find: すべての可能性が等しい確率分岐と解釈

ちよと脇道にそれますが、

非決定性な分岐と、確率的な分岐

確率に関する共通点: 確率が入っていない体系に、確率を導入

非決定性(どちらを選ぶか規定されていない分岐)をどう取り扱うか:

取り扱いは三者三様.

- 確率 Hoare 論理: 決定的な体系に、確率分岐を導入
→ 純粹に確率的
- Blanchet の確率プロセス計算: 非決定性を確率的に解釈
(非決定的分岐は、一様な確率の分岐だと思ふ)
→ 純粹に確率的
- task-PIOA: 非決定的な体系に、確率を導入
→ 両方の分岐がある

他の2つに比べて複雑

セキュリティ証明の例

対象: Full Domain Hash (FDH) 署名スキーム

ハッシュ関数: hash

落し戸付き一方向性置換: $f(pk, m)$

公開鍵暗号

およびその逆関数: $invf(sk, m)$

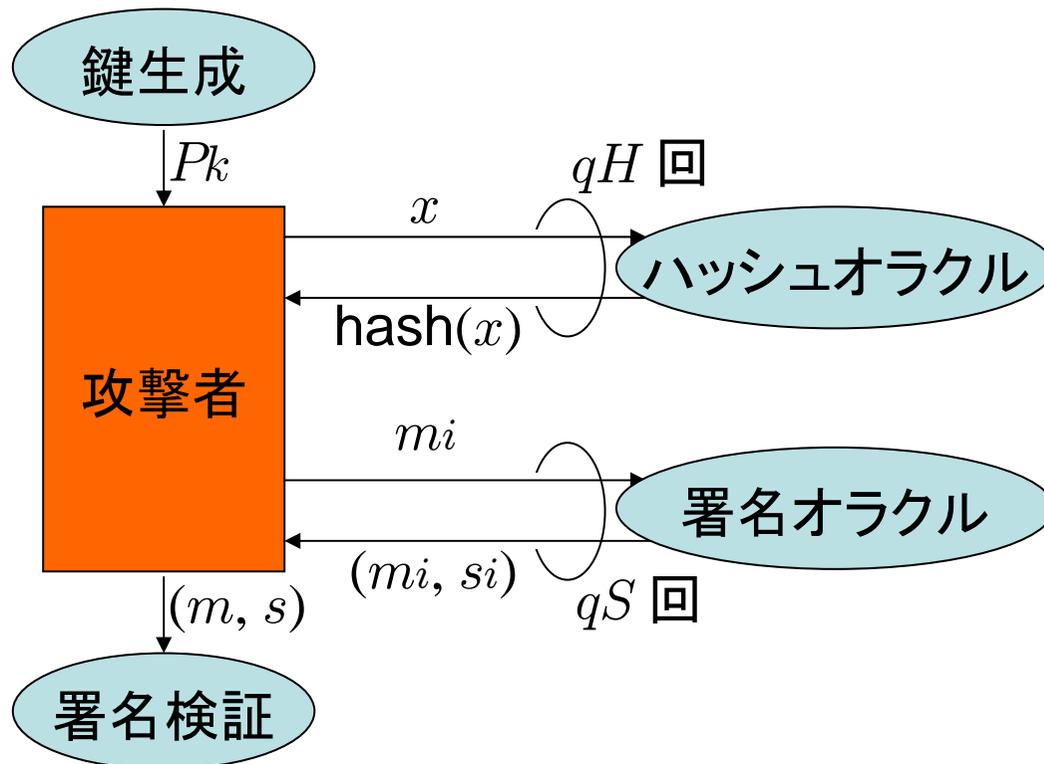
署名 $sign(m, sk) \stackrel{\text{def}}{=} invf(sk, hash(m))$

検証 $check(m, pk, s) \stackrel{\text{def}}{=} f(pk, s) = hash(m) ?$

署名の安全性の定式化

FDH の安全性: existential UnForgeability against Chosen Message Attack (UF-CMA)

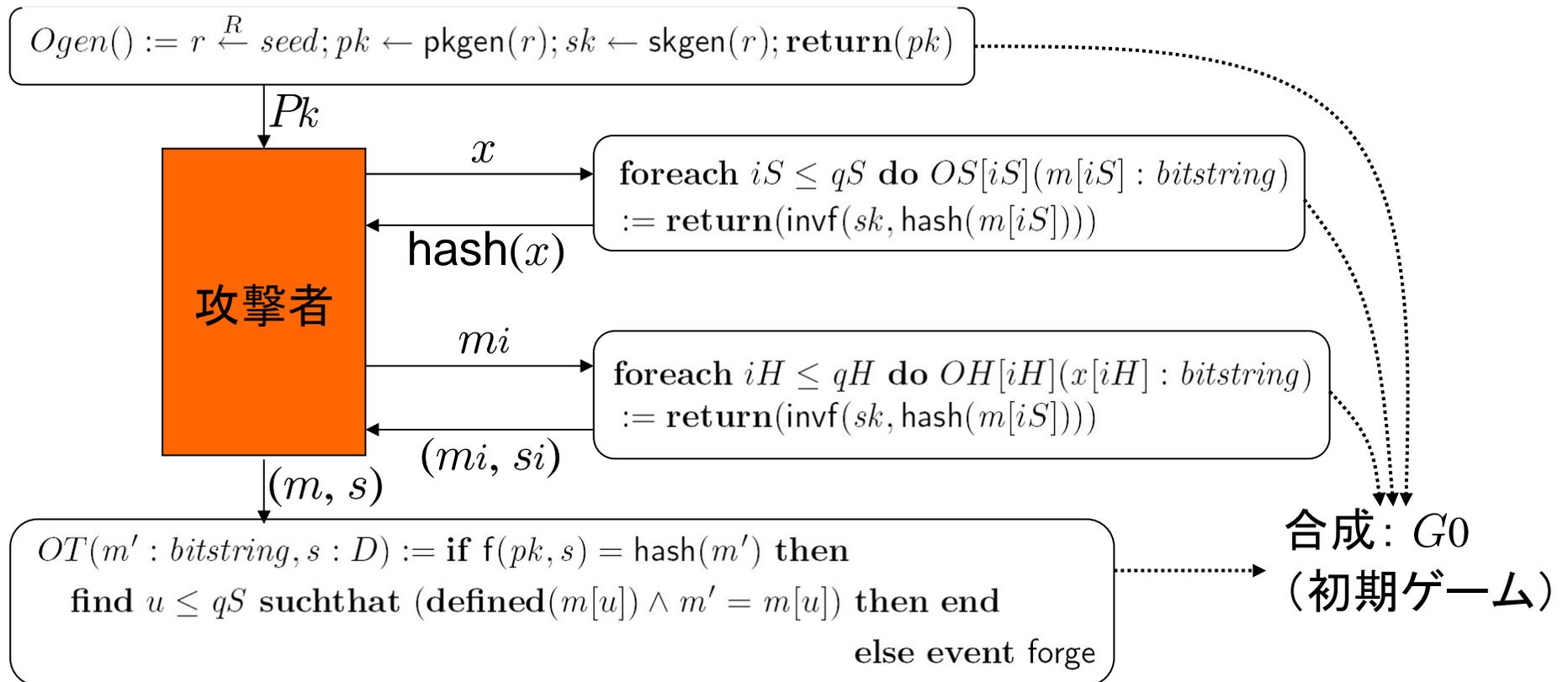
攻撃者は, 公開鍵, ハッシュオラクル, 署名オラクルをあたえられて, 未知の署名 s を生成しようとする. 生成できたら攻撃者の勝ち.



署名の安全性の定式化

FDH の安全性: existential UnForgeability against Chosen Message Attack (UF-CMA)

攻撃者は, 公開鍵, ハッシュオラクル, 署名オラクルをあたえられて, 未知の署名 s を生成しようとする. 生成できたら攻撃者の勝ち.



形式的証明の概要

セキュリティ証明の仮定

- 理想的なハッシュ関数
- f, invf の一方向性

```
foreach  $i_k \leq n_k$  do  $r \stackrel{R}{\leftarrow} \text{seed}; (\text{Opk}() := \text{return}(\text{pkgen}(r)))$   
  | foreach  $i_f \leq n_f$  do  $x \stackrel{R}{\leftarrow} D; (\text{Oy}() := \text{return}(f(\text{pkgen}(r), x)))$   
    | foreach  $i_1 \leq n_1$  do  $\text{Oeq}(x' : D) := \text{return}(x' = x)$   
      |  $\text{Ox}() := \text{return}(x))$ 
```

```
 $\approx_{p^{\text{ow}}}$  foreach  $i_k \leq n_k$  do  $r \stackrel{R}{\leftarrow} \text{seed}; (\text{Opk}() := \text{return}(\text{pkgen}'(r)))$   
  | foreach  $i_f \leq n_f$  do  $x \stackrel{R}{\leftarrow} D; (\text{Oy}() := \text{return}(f'(\text{pkgen}'(r), x)))$   
    | foreach  $i_1 \leq n_1$  do  $\text{Oeq}(x' : D) :=$   
      if defined( $k$ ) then  $\text{return}(x' = x)$  else  $\text{return}(\text{false})$   
      |  $\text{Ox}() := k \leftarrow \text{mark}; \text{return}(x))$ 
```

ただし $p^{\text{ow}}(t) = n_k \times n_f \times \text{Succ}_{\mathcal{P}}^{\text{ow}}(t + (n_k n_f - 1)t_f + (n_k - 1)t_{\text{pkgen}})$

$\text{Succ}_{\mathcal{P}}^{\text{ow}}(t)$ は, 時間 t で一方向性が破られる確率

(この変形規則の正統性や多項式は, 人間が手で導く)

形式的証明の概要(つづき)

(1) 識別不能性にもとづく変換

ランダムオラクル, 一方向性の書き換え規則(形式的)

(2) 失敗イベントに基づく変換

形式的な規則として明示的には現れないが, 2つの書き換え規則の正当性証明の中で利用

(3) 橋渡しステップ

simplification と呼ばれる形式的規則と, それを適用する戦略によって実現

変形の終了判定: 攻撃者の勝利(この場合は署名の偽造)を表すイベント `forge` が, ゲームから構文的に消えたら終了

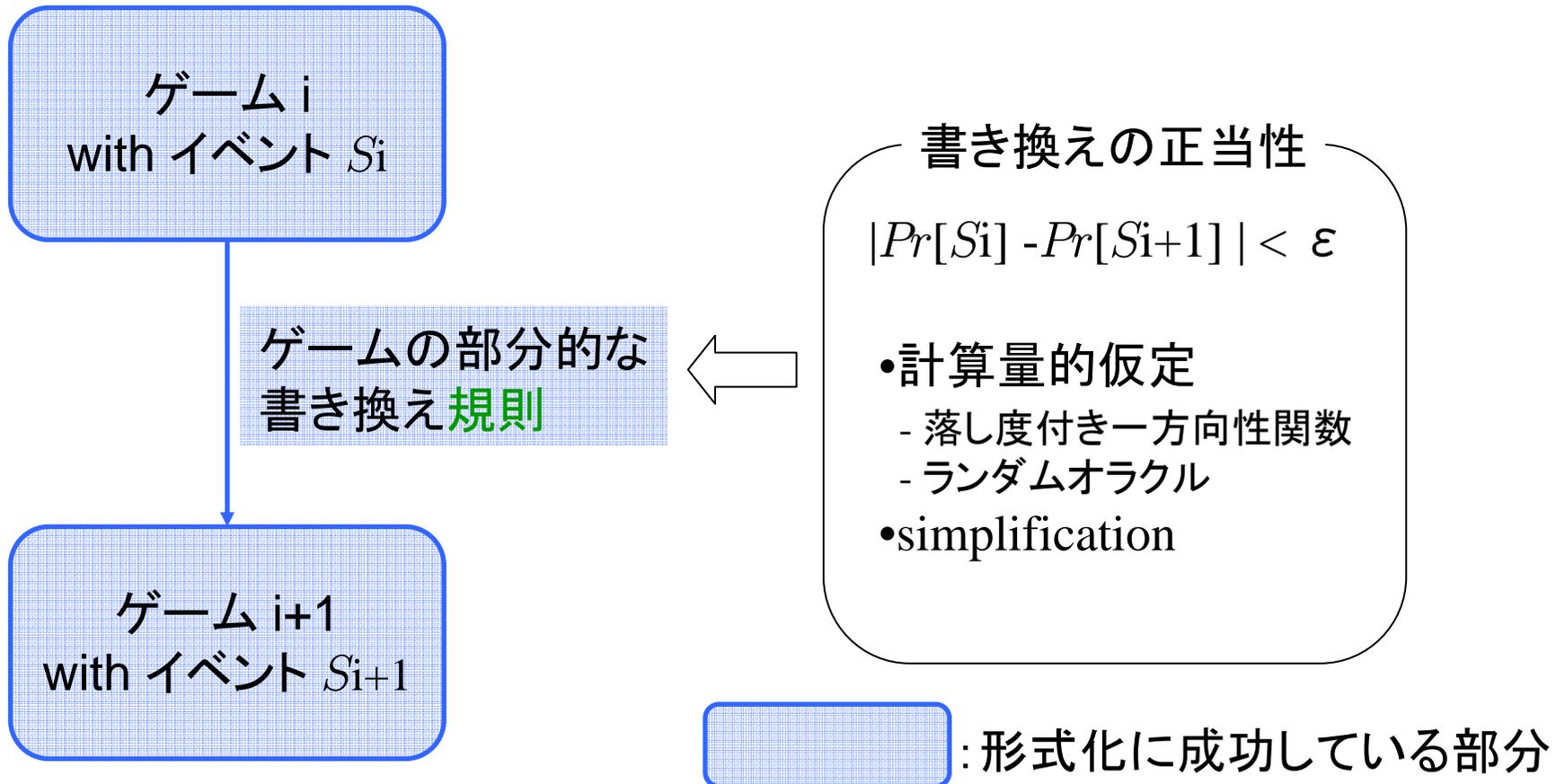
結果: 偽造される確率の上限: $(qH + qS + 1) \text{Succ}_P^{\text{ow}}(t + (qH + qS)t_f)$

(FDH の原論文で得られたものと本質的に同じ)

証明ツール Cryptoverif

- ゲーム変換を(半)自動で実行
 - FDH の例については自動で検証
 - 実行時間は 14ms (Pentium M 1.8GHz)
- 確率も自動で計算
- Web で公開:
<http://www.di.ens.fr/~blanchet/cryptoc-eng.html>

確率プロセス計算:まとめ



ε の定量的評価, 書き換え規則の
適用戦略などもツール化

国内の関連研究

J. Almansa, T. Okamoto (NTT) “Probability Space Transformations and Cryptographic Proofs”. 日仏コンピュータセキュリティシンポジウム.

- 識別不能性を, きちんと同値関係として解釈

目次

はじめに

ゲーム列による安全性証明とは

確率 Hoare 論理を用いた形式化 [CorinとHartog]

確率プロセス計算を用いた形式化 [BlanchetとPointcheval]

task-PIOA を用いた形式化 [Canettiら]

task-PIOA を用いた形式化

FAIS 第一回研究集会で O. Pereira が発表

[対象]

- Goldreich, Micali, Wigderson:87 の忘却転送 (oblivious transfer) プロトコルの安全性
- 汎用的結合可能性 (UC) のスタイルに乗っ取って, 安全性を定式化

[証明方法]

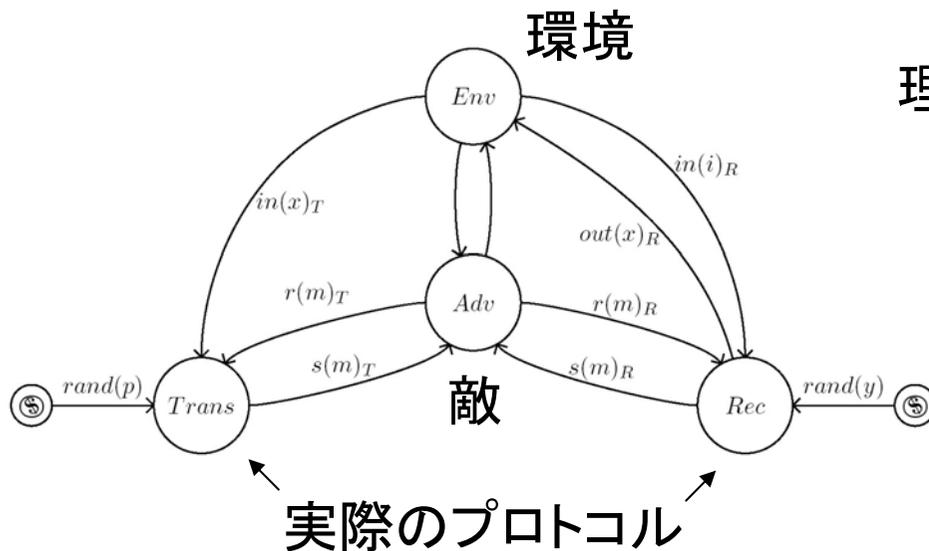
- task-PIOA を用いて形式化
- 確率シミュレーション証明技法によって証明
- ポイント: 安全性の根拠 hard-core predicate (HCP) に関する仮定を, オートマトンの書換えで表現

安全性の定式化と形式化

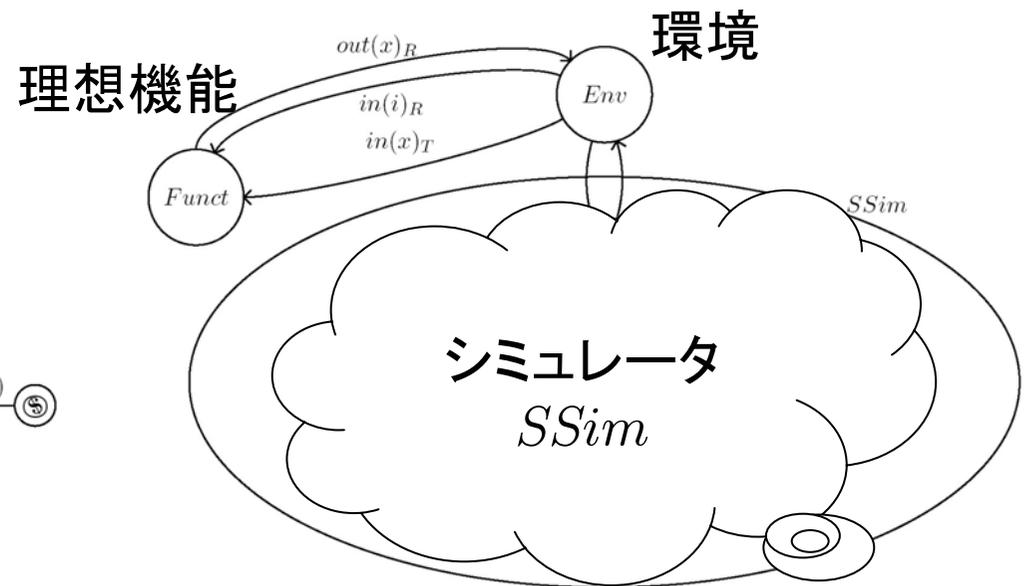
UC では、プロトコルの仕様を“理想機能” $Funct$ として記述

任意の敵 Adv に対して、シミュレータ $SSim$ が存在して、任意の環境 Env は、**現実世界** (実際のプロトコル実行) と、**理想世界** (理想機能 & シミュレータ) を計算量的に識別できない。

現実世界



理想世界



安全性の定式化と形式化

UC では、プロトコルの仕様を“理想機能” $Funct$ として記述

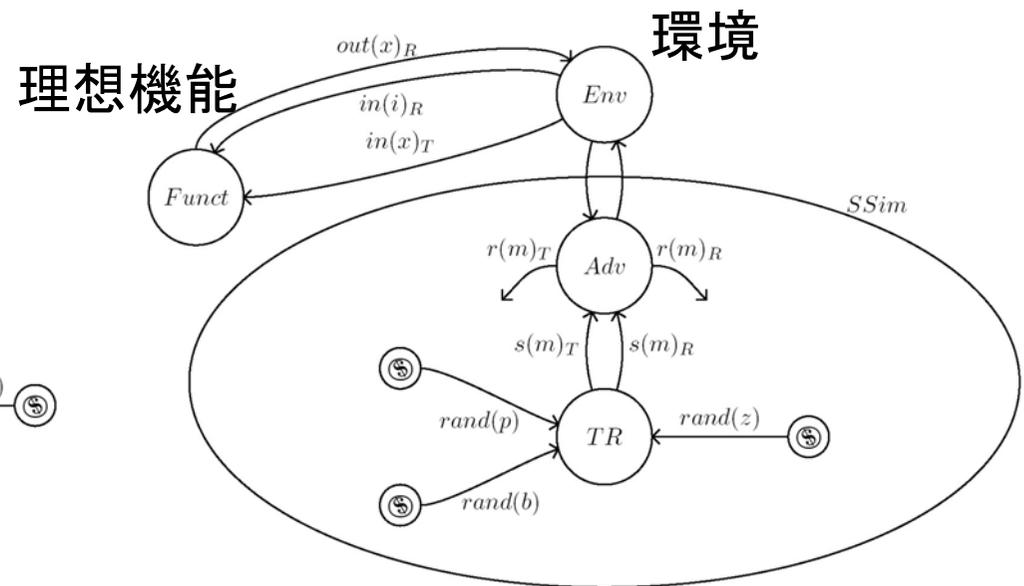
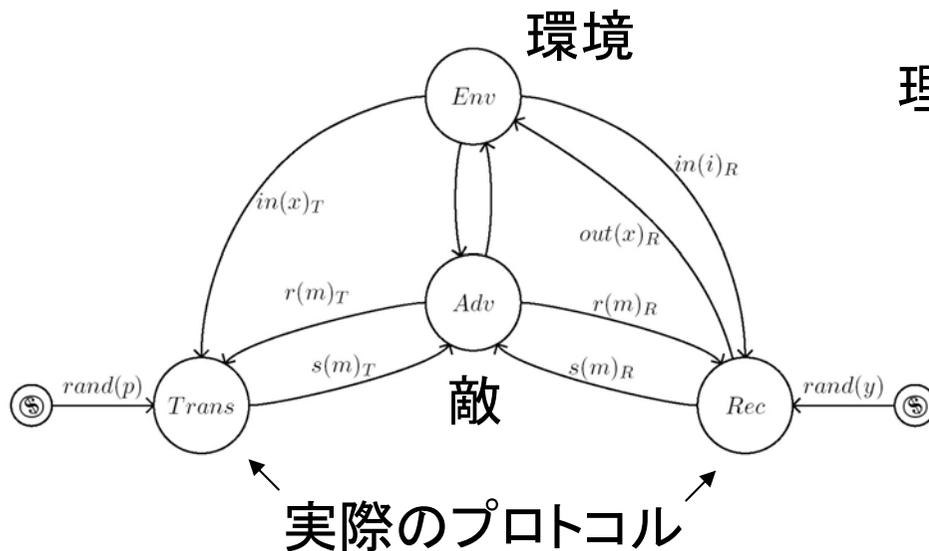
任意の敵 Adv に対して、シミュレータ $SSim$ が存在して、任意の環境 Env は、**現実世界** (実際のプロトコル実行) と、**理想世界** (理想機能 & シミュレータ) を計算量的に識別できない。

“implement”

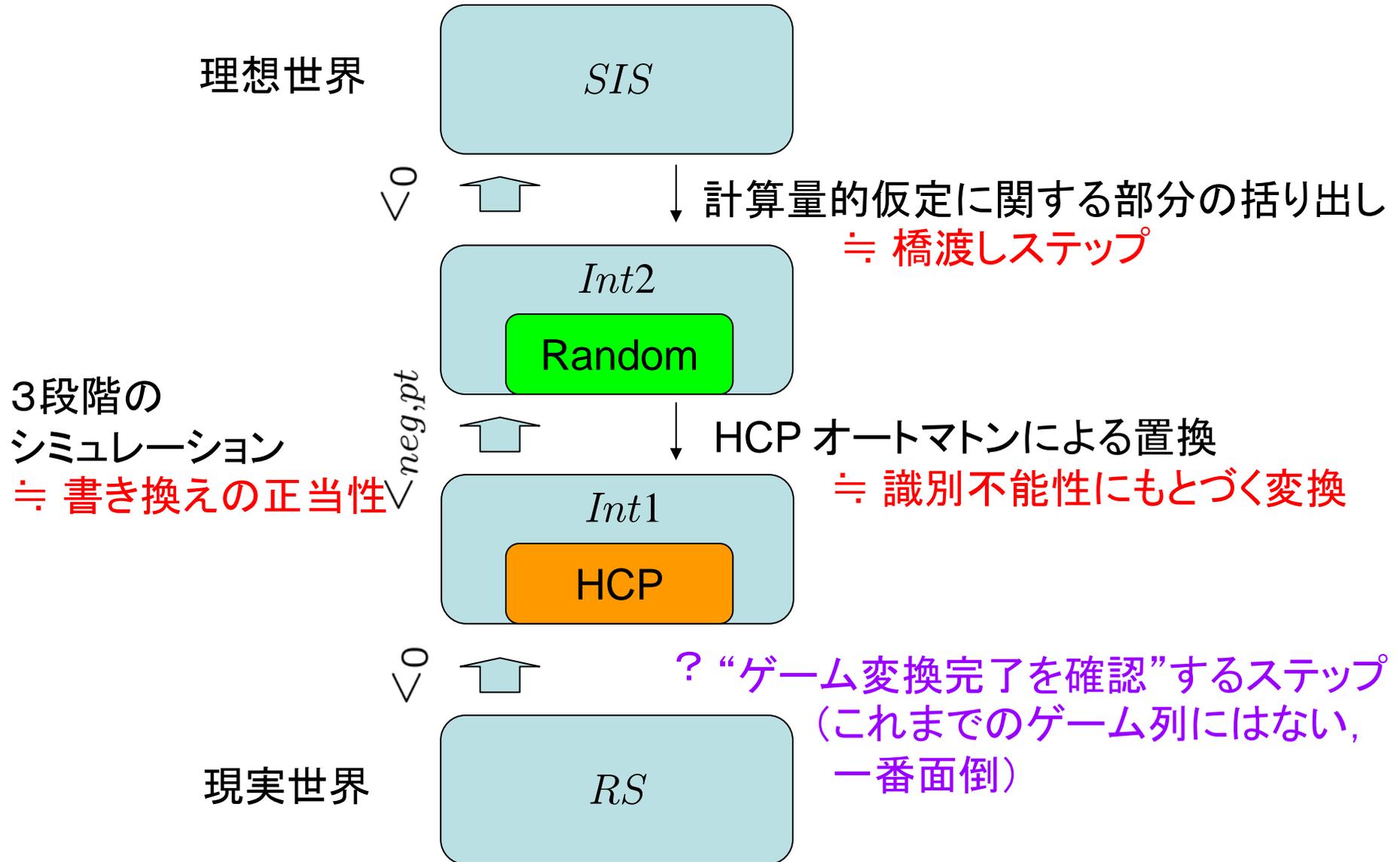
現実世界: task-PIOA RS

$\leq_{neg,pt}$

理想世界: task-PIOA SIS



シミュレーションによる証明 ≡ ゲーム列



国内の関連研究

櫛肅之 (NTT), “Task-PIOA に基づく Ideal Functionality 実現の証明の自動化”. 信学会 AI 研究会.

- “ゲーム変換完了を確認”するステップ(<0)を自動化する手法

まとめ

ゲーム列による安全性証明の形式化に関する 3 つの研究

- (1) Corin と Hartog:06 (確率 Hoare論理)
- (2) Blanchet と Pointcheval:06 (確率 プロセス計算)
- (3) Canetti ら:06 (確率 I/O オートマトン)

について, 形式化の方法を中心に概説.